

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
НАУКИ ИНСТИТУТ ГЕОФИЗИКИ ИМ. Ю.П. БУЛАШЕВИЧА

На правах рукописи

Антипин Александр Николаевич

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ
ВО ВНУТРЕННИХ ОБЛАСТЯХ ЗЕМЛИ И ЛУНЫ НА СТАДИИ ИХ
АККУМУЛЯЦИИ

Специальность 25.00.10 – «Геофизика, геофизические методы поисков
полезных ископаемых»

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических
наук

Научный руководитель: доктор
физико-математических наук,
профессор Хачай Юрий Васильевич

Екатеринбург 2016

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
ГЛАВА 1 ПРОБЛЕМАТИКА РАЗВИТИЯ ИССЛЕДОВАНИЙ ТЕПЛОВОГО РЕЖИМА ФОРМИРУЮЩЕЙСЯ ЗЕМЛИ	11
1.1 Ранние модели формирования Земли и их начальное состояние	11
1.2 Влияние короткоживущих изотопов.....	17
1.3 Моделирование тепловой эволюции планеты в процессе аккумуляции	19
1.3.1 Тепловой баланс в период аккумуляции.....	19
1.3.2 Нагревание и ударное перемешивание верхнего слоя планеты ударами тел и частиц.....	22
1.3.3 Нагревание в результате адиабатического сжатия.....	27
1.3.4 Влияние первичной атмосферы	28
1.3.5 Энергия и теплоперенос в ходе гравитационной дифференциации.....	29
Выводы.....	31
ГЛАВА 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ТЕПЛОВОЙ ЭВОЛЮЦИИ В ПЕРИОД АККУМУЛЯЦИИ.....	32
2.1 Механизм роста планеты	32
2.2 Математическая модель тепловой эволюции в ходе аккумуляции	36
2.3 Численная постановка задачи и алгоритм решения.....	45
Выводы.....	51
ГЛАВА 3. ВЫБОР ПАРАМЕТРОВ И РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ	53
3.1 Выбор основных параметров модели	53
3.2 Результаты численных расчётов тепловой эволюции.....	60

Выводы.....	64
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	65
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	67

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы. Изучение тепловой эволюции имеет большое значение для наук о Земле, поскольку, прямо или косвенно, является причиной геодинамических и тектонических процессов. Представления о тепловой истории возможно получить только из теоретических расчётов, опирающихся на теорию теплопроводности. При этом встаёт вопрос о начальном распределении температуры во внутренних областях Земли, то есть о распределении температуры ко времени практического завершения её роста. Получить подобную информацию можно в результате численного моделирования, основываясь на модели формирования планеты. В настоящее время общепринятым сценарием формирования Земли и Луны является аккумуляция из допланетного газопылевого диска. Длительность этого процесса для Земли около 100 миллионов лет, подтверждается изотопными данными [Витязев, Печерникова, Сафронов, 1990; Печерникова, 2005].

Ранние модели формирования Земли путём аккумуляции приводили к формированию однородной, сравнительно холодной планеты, и все они сталкиваются с проблемой существования источников тепла, способных разогреть Землю на ранних этапах эволюции за относительно короткое время до образования жидкого, преимущественно железного, ядра. Решением этой проблемы могла послужить модель мегаимпакта [Hartmann, Davis, 1975], в которой предполагается столкновения почти сформировавшейся Земли с телом, сопоставимым с массой Марса.

Однако, результаты, полученные в работах [Jacobsen, Yin, 2003; Krot et al. 2009] на основе анализа W – Hf изотопной системы, интерпретируются как свидетельство очень раннего, за время менее 5 – 10 миллионов лет, разделения химических резервуаров ядра и мантии. Разделение должно было бы произойти до формирования большей части массы Земли, что не может быть объяснено гипотезой мегаимпакта.

Важный результат, полученный в последнее время, - это возможный источник энергии, который мог бы разогреть первичные тела на раннем этапе аккумуляции выше температуры плавления. В работах [Merk, Breuer, Spohn, 2002; Анфилогов, Хачай, 2005] показано, что мощности короткоживущих радиоактивных элементов, прежде всего ^{26}Al , достаточно для нагрева до температуры плавления железа в телах размером около 10 – 1000 километров, рост которых проходит за время, характерное для времён полураспада короткоживущих изотопов.

На основании новых данных предложен ряд моделей двухстадийного формирования планет [Agnor, Capur, Levison, 1999; Chambers, Wetherill, 1998; Kleine, Touboul, Bourdon, et al., 2009; Walter, Tronnes, 2004; Анфилогов, Хачай, 2005; Анфилогов, Хачай, 2008; Khachay, Anfilogov, 2009]. На первой стадии в процессе гетерогенной аккумуляции произошло формирование первичных зародышей протопланет, разогретых выше температуры плавления, из которых на следующем этапе формировалось ядро планеты, а затем силикатная мантия. При такой модели формирования Земли в работах [Khachay, 2015; Хачай, Анфилогов, Антипин, 2015] показано, что при росте ядра, возможно, трижды происходила смена механизмов конвекции, и с образованием внешнего ядра формируются условия генерации геомагнитного поля.

Температура на верхней границе растущей планеты не постоянна, а существенно меняется в связи со случайным характером гравитационного взаимодействия аккумулялируемых тел [Anfilogov, Khachay, 2015; Khachay, Anfilogov, 2013]. Например, наиболее крупные тела могли создавать температурные неоднородности мантии, которые могли сохраняться в течение 1 – 2 миллиардов лет [Сафронов, 1965; Любимова, 1968, Kaula, 1979]. В работе [Светцов, Шувалов, 2005] проанализированы последствия ударов астероидов разного размера для Земли, имеющей кору толщиной 40 километров, мантию и железное ядро. Максимальная глубина, где мантия может оказаться

полностью расплавленной, изменяется в пределах около 100 – 400 километров для тел диаметром 50 – 400 километров соответственно.

Таким образом, актуальность темы исследования обусловлена следующими факторами:

1. наличием новых данных, свидетельствующих о возможном расплавленном состоянии планеты на раннем этапе её аккумуляции;

2. необходимостью учитывать все значимые, известные на сегодня, источники тепла в период аккумуляции в связи с возможностью возникновения конвективных процессов и появления МГД – динамо в период активной аккумуляции Земли;

3. необходимостью рассматривать двух и трёхмерные модели тепловой эволюции в период аккумуляции для исследования влияния тепловых неоднородностей в поверхностном слое планеты, возникающие вследствие случайного падения тел разного размера.

Степень разработанности. Интерес к изучению распределения температуры на активном этапе аккумуляции Земли и Луны нашёл своё отражение в многочисленных публикациях исследований российских и зарубежных авторов.

Существенным этапом в оценке начальной температуры растущих планет стали результаты, полученные в работах [Сафронов, 1959; 1969], в которых было рассмотрено нагревание поверхности растущей планеты ударами тел и частиц. Последующие модели разогрева Земли и Луны постепенно усложнялись. Были произведены оценки начальной температуры с учётом выделения энергии адиабатического сжатия, радиоактивного распада долгоживущих и короткоживущих изотопов, ударов тел разного размера и гравитационной дифференциации [Любимова, 1955; Любимова, 1968; Рускол, 1975; Сафронов, Козловская, 1977; Сафронов, 1982; Калинин, Любимова, Парфенюк, 1987; Ипатов, 1987; Wetherill, 1985; Kaula, 1979; Хачай, 1987; Витязев, Печерникова, Сафронов, 1990; Витязев, 2004]. Вопросы формирования первичной атмосферы и её влияние на распределение

начальной температуры во внутренних областях Земли обсуждались в работах [Hayashi, Nakazawa, Mizuno, 1979; Abe, 1997; Хачай, Анфилогов, Антипин, 2012].

В последние годы появилось множество работ, в которых отводится существенная роль как источника тепла в первые миллионы лет аккумуляции планет короткоживущего естественного радиоактивного изотопа ^{26}Al [Печерникова, Витязев 2005; Nyquist et al., 2009; Ouellette et al., 2009; Анфилогов, Хачай, 2005; Khachay, Anfilogov, 2009 и др.].

Среди современных исследований проблемы следует отметить работы следующих авторов: Галимов Э.М., Витязев А.В., Печерникова Г.В., Кусков О.Л., Парфенюк О.И., Amelin, P., Allegre C.J., Scherste'n A., Krot A. N., Kline T., Merk R., Nyquist L.E., Ouellette N.

Цели и задачи. Целью диссертационной работы является исследование тепловой эволюции Земли и Луны в период их активной аккумуляции.

Для достижения цели исследования поставлены следующие задачи:

1. Проанализировать современное состояние проблемы распределения температуры планет на стадии их активной аккумуляции.
2. Уточнить постановку задачи распределения температуры во внутренних областях Земли и Луны во время их аккумуляции, учитывая адиабатическое сжатие, задачу Стефана и случайное распределение падающих тел на поверхность растущих Земли и Луны.
3. Реализовать алгоритм численного решения поставленной задачи для трёхмерного сферически-симметричного тела увеличивающегося радиуса.
4. Провести ряд численных экспериментов и проанализировать полученные данные.

Научная новизна.

1. Предложена математическая модель и вычислительный алгоритм для изучения тепловой эволюции Земли и Луны в период их активной аккумуляции, учитывающие неравномерное нагревание формирующегося

верхнего слоя, возникающее вследствие случайного распределения тел по массам, падающих на поверхность протопланеты.

2. При численной реализации предложенной модели впервые получены трёхмерные распределения температуры во внутренних областях Земли и Луны на различных этапах их аккумуляции.

Теоретическая и практическая значимость работы. Значимость диссертационной работы состоит в том, что полученные результаты можно использовать как начальное условие при решении соответствующей трёхмерной динамической задачи тепловой эволюции сформировавшейся Земли в течении её геологической истории, имеющей большое значение при решении вопросов геодинамики и тектоники.

Работа была частично выполнена при поддержке грантов РФФИ №13-05-00138, № 16-09-00540.

Методология и методы исследования. Для достижения поставленной цели использовался метод численного моделирования, состоящий из следующих этапов: постановка задачи, составление вычислительного алгоритма, программная реализация алгоритма и проведение численных экспериментов. При постановке задачи использовались методы математической физики, приводящие к уравнениям в частных производных, для их численного решения использовались метод конечных разностей. Для программной реализации алгоритма использовались методы прикладного программирования на языке C++ с использованием открытого стандарта, предназначенного для программирования многопоточных приложений на многопроцессорных системах с общей памятью OpenMP. Для обработки и анализа результатов численного эксперимента применялось различное программное обеспечение графического представления данных, таких как Mathcad, Voxler, Surfer.

Положения, выносимые на защиту. На защиту выносятся следующие положения.

1. Построенная математическая модель тепловой эволюции Земли и Луны, основанная на современных данных о поведении изотопных систем, позволяет получить распределение температуры, описывающее твёрдое состояние внутреннего и расплавленное состояние внешнего ядра Земли к концу активного этапа аккумуляции.

2. Результаты численного моделирования показали, что тепловые неоднородности, образованные в поверхностном слое растущей протопланеты, сохраняются во внутренних областях, по крайней мере, до конца активного этапа аккумуляции Земли и Луны.

Степень достоверности и апробация результатов. Основные результаты исследований были представлены на следующих научных форумах:

1. XIII Уральская молодёжная научная школа по геофизике, Екатеринбург, 2012;

2. Физика космоса. 41-й международная студенческая научная конференция, Екатеринбург, 2012;

3. EGU General Assembly, 2012;

4. XIV Уральская молодёжная научная школа по геофизике, Пермь, 2013;

5. Седьмые научные чтения Ю.П. Булашевича, Екатеринбург, 2013;

6. XV Уральская молодёжная научная школа по геофизике, Екатеринбург, 2014;

7. EGU General Assembly, 2014;

8. Геология и полезные ископаемые четвертичных отложений, Минск, 2014;

9. XV Уральская молодёжная научная школа по геофизике, Екатеринбург, 2015;

10. Восьмые научные чтения Ю.П. Булашевича. Глубинное строение, геодинамика, тепловое поле Земли, интерпретация геофизических полей, Екатеринбург, 2015.

Публикации. По материалам диссертационной работы было опубликовано 15 научных работ, из них 2 – в изданиях списка ВАК, 3 статьи в научных журналах и сборниках и 10 тезисов докладов.

Благодарности. Автор благодарит за постановку задачи и ценные рекомендации при подготовке работы научного руководителя д.ф.-м.н. Хачай Ю.В., а также коллектив лаборатории геодинамики института геофизики УрО РАН за поддержку и внимание.

ГЛАВА 1 ПРОБЛЕМАТИКА РАЗВИТИЯ ИССЛЕДОВАНИЙ ТЕПЛООВОГО РЕЖИМА ФОРМИРУЮЩЕЙСЯ ЗЕМЛИ

1.1 Ранние модели формирования Земли и их начальное состояние

Распределение температуры в период формирования Земли возможно получить только из теоретических расчётов, основанных на определённых космогонических теориях. Согласно современным представлениям планетной космогонии, заложенным О.Ю. Шмидтом в 40-х годах прошлого века, Земля и Луна образовались за счёт аккумуляции тел и частиц газопылевого протопланетного облака. Механизму аккумуляции планет Солнечной системы, включая Землю и Луну, а также определению длительности этого процесса посвящено множество работ [Шмидт, 1948; Сафронов, 1969; Рускол, 1975; Фишер, 1990; Витязев, Печерникова, Сафронов, 1990; Печерникова, 2005 и др.]. Длительность аккумуляции Земли до достижения современной её массы около 100 миллионов лет, подтверждается изотопными данными и не подвергаются сомнению в настоящее время [Печерникова, 2005].

Ранние варианты аккумуляции Земли являлись моделями гомогенной аккумуляции, предполагающие формирование однородной и сравнительно холодной планеты, температура в которой нигде не достигала температуры плавления. Относительно низкая температура и небольшой градиент температуры по радиусу позволял допускать предположение о стационарности распределения температуры в период роста, то есть температура на поверхности растущей планеты являлась и её температурой вещества внутри [Сафронов, 1969]. Поэтому особый интерес в ранних моделях представляло начальное распределение температуры, т.е. распределение температуры ко времени достижения её современной массы. Основными источниками тепла в ранних моделях являлись: энергия ударов тел и частиц, выделение тепла при распаде долгоживущих радиоактивных элементов и

нагревание при адиабатическом сжатии. Вклад долгоживущих радиоактивных элементов и адиабатического сжатия соответствовали современным оценкам [Витязев, Печерникова, 2004]. Энергия падения тел и частиц является самым мощным источником тепла в период формирования планеты, однако в ранних оценках начальной температуры учитывались малые тела и частицы, энергия которых выделялась на поверхности планеты или на небольшой глубине. Тогда лишь малая доля приносимой энергии оставалась в недрах планеты, а остальная часть энергии излучалась в пространство.

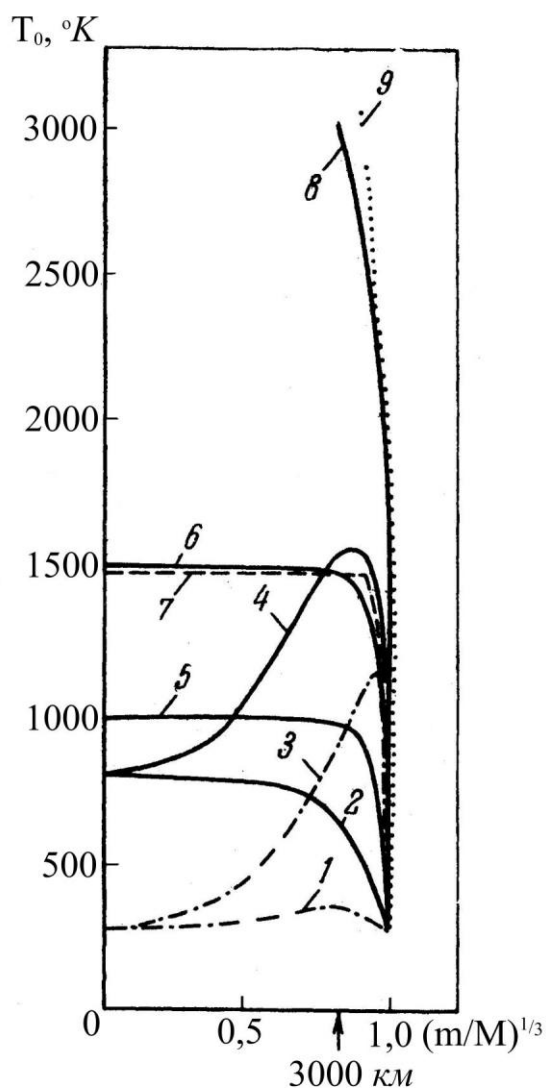
Короткоживущие элементы с периодом распада порядка миллионов лет могли играть существенную роль на ранних этапах формирования, однако достоверные данные по их содержанию отсутствовали, и считалось, что из-за малого периода активности по отношению к периоду аккумуляции выделившаяся энергия излучалась в пространство [MacDonald, 1959; Любимова, 1968; Витязев, Печерникова, Сафронов, 1990].

В работе [Любимова, 1968] на Рисунке 1.1 приведён обзорный анализ оценок начальной температуры для Земли и Луны, полученных различными исследователями в 50 – 60 гг. прошлого века. На Рисунке 1.2 представлены кривые распределения начальной температуры Луны, принятые для расчётов её термической истории в работах.

При таких оценках температуры Земли предполагалось что, гравитационная дифференциация вещества на мантию и ядро произойдёт при дальнейшей тепловой эволюции в последующие 1 – 2 миллиарда лет, за счёт тепловыделения долгоживущих радиоактивных элементов в первые сотни миллионов лет. С началом процесса разделения нагрев планеты будет проходить ещё интенсивнее за счёт энергии гравитационной дифференциации сравнимой с интегральным вкладом радиоактивных источников [Люстих, 1948].

Однако, в работах [Oversby, Ringwood, 1971; Vollmer, 1977] было выдвинуто предположение о более раннем отделении железа от материала мантии в первые сотни миллионов, что требует высокой начальной

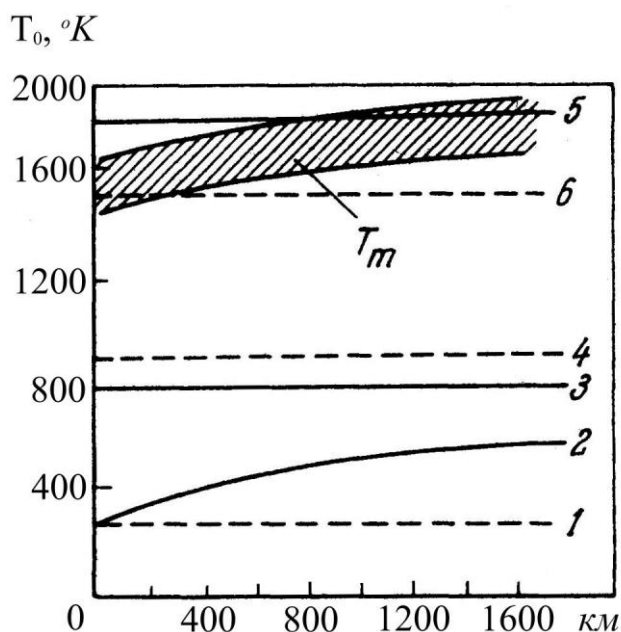
температуры или источника тепла способного относительно быстро разогреть планету после её формирования.



1 – нагревание Земли в процессе роста ударами малых тел и частиц [Сафронов, 1959]; 2 – соответствующая 1 с учётом сжатия и радиоактивного разогрева за 10^8 лет; 3 – нагревание Земли ударами разных размеров [Сафронов, 1967]; 4 – начальная температура Земли [Lubimova, 1967]; 5,6 – первоначальная температура [Маева, 1967]; 7 – начальная температура Земли [Fricker, Reynolds, Summers, 1966]; 8 – температура плавления железа; 9 – температура плавления базальта [Lee, 1967].

Рисунок 1.1 – Анализ первоначальной температуры Земли [Любимова, 1968].

В работах [Левин, Маева, 1975; Kaula, 1971] при анализе результатов исследования лунного грунта, доставленного на Землю установлено, что Луна претерпела магматическую дифференциацию, которая происходила одновременно с её ростом, следовательно, встала необходимость также объяснить высокую начальную температуру Луны.



1 – [MacDonald, 1962; Fricker et al, 1963; Iryiama, Shimazu, 1967]; 2 – [Левин, 1963]; 3 – [Fricker, Reynolds, Summers, 1967]; 4 – [MacDonald, 1962; Iryiama, Shimazu, 1967]; 6 – [MacDonald, 1962]; Под кривой 5 – представлена температура плавления железа, T_m – интервал плавления силикатных пород [Левин, 1963].

Рисунок 1.2 – Первоначальная температура Луны [Любимова, 1968].

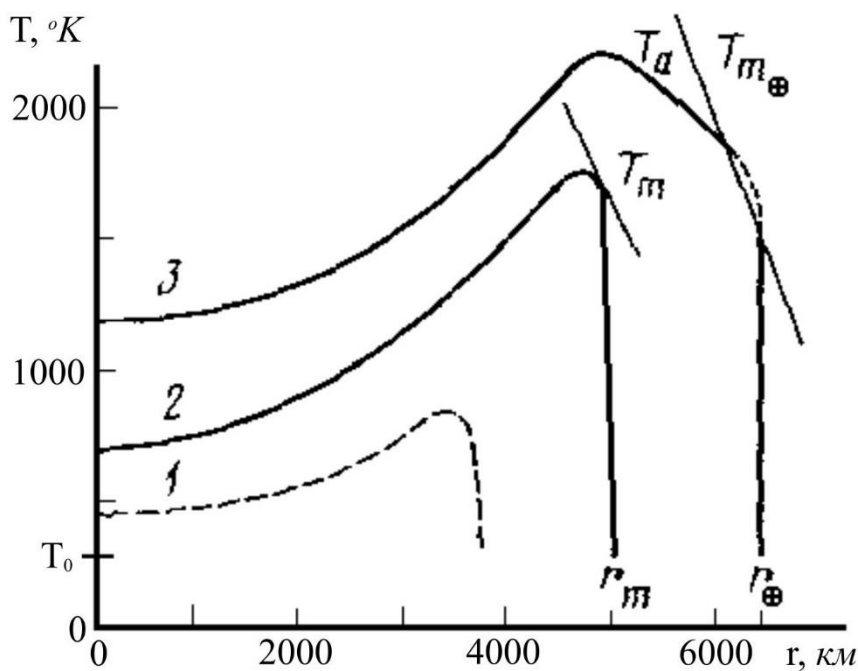
Для объяснения возможного раннего разделения на ядро и мантию были предложены идеи неоднородной аккумуляции планет, описывающих образование ядра и мантии ещё на стадии аккумуляции планеты [Turekian, Clark, 1969; Hanks, Anderson, 1969; Clark, Turekian, Grossman, 1972]. Но они

были плохо обоснованы с точки зрения теории аккумуляции планет [Витязев, Печерникова, Сафронов, 1990].

В работе [Сафронов, 1969] был предложен метод нагревания Земли в процессе аккумуляции, обусловленный энергией ударов разных размеров в процессе роста. Согласно этой оценке распределение температуры в центральной части Земли не превышало 1000 К, то есть не превышала температуры плавления вещества на этих глубинах в современной Земле, но на глубине 500 километров могла достигать 2000 К. Дальнейшие более поздние работы [Сафронов, Козловская 1977; Safronov, 1978; Kaula, 1979, Сафронов, 1982] показали более высокую начальную температуру Земли на заключительной стадии аккумуляции за счёт пересмотра массы наибольших падающих тел. При радиусе наибольших падающих тел 100 км, центральная часть растущей планеты имела температуру около 1000 К, а при достижении значения современного радиуса температура достигала температуры плавления, как показано на Рисунке 1.3 [Сафронов, 1982], в следствии чего дифференциация могла начаться в конце аккумуляции в приповерхностном слое, проникая в более глубокие слои по мере нагревания, в частности за счёт энергии дифференциации [Сафронов, 1982; Любимова, Маева, 1982]. В работе [Kaula, 1979] температура плавления достигается на глубине около 3000 км, приняв размер наибольших падающих тел 500 км.

В статье [Hartmann, Davis, 1975] была впервые выдвинута модель ударного образования Луны или мегаимпакта. Этой гипотезе посвящено множество работ [Cameron, Ward, 1976; Benz, Slattery, Cameron, 1986; Benz, Slattery, Cameron, 1987; Taylor, 1987; Cameron, Benz, 1991; Camp, 2004] она широко используется и в настоящее время. Согласно гипотезе, Луна образовалась в результате столкновения объекта размером сопоставимым с Марсом или Меркурием с «зародышем» Земли, когда она имела уже около 90% своей современной массы. Подобный удар мог бы разогреть раннюю Землю и Луну до температуры, необходимой для инициирования процесса магматической дифференциации. Но в тоже время для того чтобы объяснить

дефицит железа на Луне приходится допускать что ко времени удара около 4,5 млрд. лет на Земле и теле ударнике уже выделилось тяжёлое железное ядро и образовалась лёгкая силикатная мантия. Также в работах [Галимов, 2004; Галимов и др, 2005] рассмотрен ряд геохимических противоречий не совместимых с гипотезой мегаимпакта.



1 – 3800 км; 2 – 5000 км; 3 – 6370 км; T_m – температура плавления.

Рисунок 1.3 – Распределение температуры в недрах растущей Земли для трёх значений радиуса [Сафронов, 1982].

Результаты на основе анализа W – Hf и Al – Mg изотопных систем, полученные в работах [Jacobsen, Yin, 2003; Krot et al. 2009], интерпретируются как свидетельство ещё более раннего разделения химических резервуаров ядра и мантии, в первые 10 миллионов лет после начала формирования Земли, то есть до достижения Землёй современной массы, что уже не может быть объяснено гипотезой мегаимпакта.

Таким образом, ранние оценки начальной температуры Земли, опирающиеся на модели однородной аккумуляции, в которых основным

источником тепла являются удары падающих тел испытывают сложности для объяснения современных геологических данных раннего происхождения резервуаров ядра и мантии.

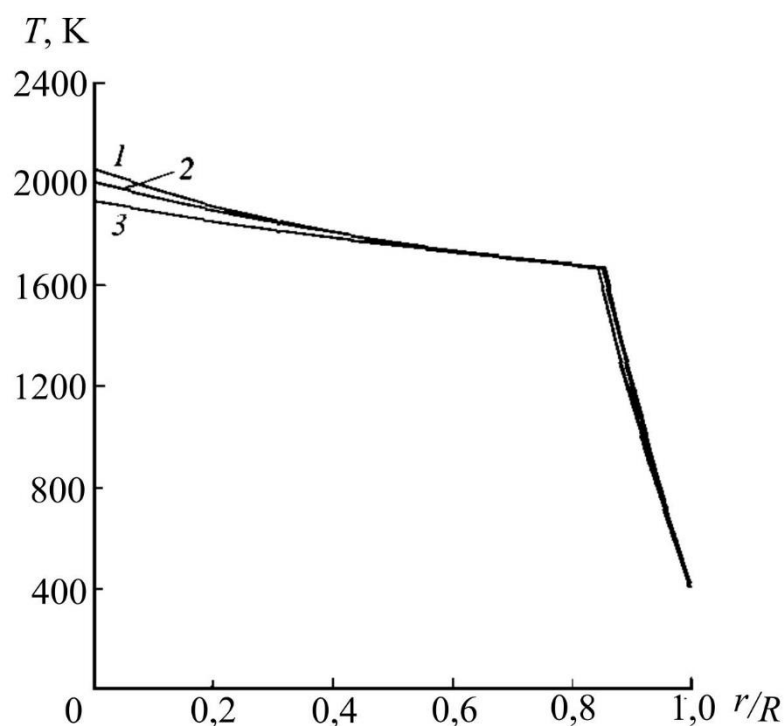
1.2 Влияние короткоживущих изотопов

В последнее время появилось много новых данных, которые значительно изменили представления о процессе образования планет Солнечной системы. Установлено что наиболее древним кристаллическим веществом в солнечной системе являются CAI, обнаруженные в углистых хондритах включения богатые кальцием и алюминием. Возраст CAI оценивается в 4567 – 4568 миллионов [Amelin, Krot, 2007; Connely et al, 2008; Krot et al, 2009]. Особенности структуры CAI свидетельствует, что они прошли стадию плавления и кристаллизации расплава в телах размером около сотни километров [Stolper, 1982; Itoh Yurimoto, 2003; Анфилогов, Хачай, 2013].

В работах [Kline et al, 2005; Schersten et al, 2006; Kline et al, 2009] применяя $^{182}\text{Hf} - ^{182}\text{W}$ изотопный метод был получен более точный возраст вещества железных метеоритов, согласно которому они образовались в интервале 1 – 3 миллиона лет после CAI, в результате кристаллизации скоплений расплавленного железа приведшее к образованию тел, в которых большой объём занимало железо, без включений других твёрдых фаз [Schersten, Elliot, Nawskesworth, et. Al., 2006; Анфилогов, Хачай, 2013].

Ещё один важный результат полученный в последнее время это возможный источник энергии, который мог бы разогреть вещества CAI и железные метеориты выше температуры плавления. Расчёты, выполненные в работе [Merk, Breuer, Spohn, 2002] показали, что при установленном соотношении $^{26}\text{Al} / ^{27}\text{Al}$, равном $5 \cdot 10^{-5}$ [Lee, Papanastassiou, Wasserburg, 1976; Nichols, 2000; Ouellette, Desch, Bizzarro, 2009], в результате тепловыделения при распаде ^{26}Al время полураспада которого 0,72 миллиона лет, может быть достигнута температура плавления в телах астероидного размера.

В работе [Печерникова, Витязев, 2005] отмечается, что мощности короткоживущих радиоактивных источников достаточно для нагрева до температуры плавления вещества в телах размером 10 – 1000 километров, рост которых проходит за время характерное времён полураспада короткоживущих изотопов. На Рисунке 1.4 приведены результаты, полученные в работе [Анфилогов, Хачай, 2005], для различных радиусов зарождающейся Земли.



Радиус зародыша: 1 – 400 км, 2 – 300 км, 3 – 250 км.

Рисунок 1.4 – Распределение температуры в зародыше растущей планеты [Анфилогов, Хачай, 2005]

Результаты получены для изотопного соотношения $^{26}\text{Al} / ^{27}\text{Al}$ равном $5 \cdot 10^{-5}$ и при оценке концентрации оксида алюминия в исходном веществе 4,6% показывают, что уже при радиусе 250 км достигается температура плавления. Оценки распределения температуры в растущих зародышах планеты в зоне “питания” Земли также получены в работах [Печерникова Г.В., Глазачев Д.О., Витязев А.В. 2005; Nyquist L. E. Et al. 2009].

Появление этих результатов свидетельствует в пользу моделей гетерогенной аккумуляции, в которых предполагается, что формирование железного ядра произошло на ранней стадии процесса [Chambers, Wetherill, 1998; Agnor, Capur, Levison, 1999; Walter, Tronnes, 2004; Анфилогов, Хачай, 2005; Kleine et al., 2009]. Согласно этим моделям формирование планеты происходило в два этапа. На начальной стадии образовались планетезимали в которых выделилась значительная часть вещества ядра из которых образовались родительские тела, возможно достигавших размеров от Меркурия до Марса [Walter, Tronnes, 2004]. На заключительной стадии формирование планет происходило в результате столкновения родительских тел.

Анализ новых данных приводит к выводу, что в тепловом балансе растущей планеты, на начальном этапе аккумуляции, важную роль играет энергия короткоживущих изотопов, и в первую очередь ^{26}Al , нагревая планетезимали и центральные области будущих планет выше температуры плавления вещества.

1.3 Моделирование тепловой эволюции планеты в процессе аккумуляции

1.3.1 Тепловой баланс в период аккумуляции

Тепловой режим планеты в период аккумуляции определяется источниками тепла, механизмами теплопереноса во внутренних областях растущей планеты и на её поверхности и сбросом энергии с поверхности. Основными источниками тепла в период аккумуляции являются: энергия ударов падавших тел и частиц, энергия распада радиоактивных элементов, и энергия вследствие сжатия вещества внутренних слоёв под давлением нарастающих новых слоёв. Энергия ударов падающих тел является мощным источником тепла на стадии роста, если бы вся она оставалась во внутренних областях планета разогрелась бы до десятков тысяч градусов, однако лишь

часть её идёт на нагрев. Энергия распада долгоживущих радиоактивных элементов за малое время аккумуляции относительно периода распада могла нагреть центральную часть на 200 – 300 градусов [Сафронов, 1959; Любимова, 1968]. Энергия распада короткоживущих элементов выделялась в первые миллионы лет и является существенным источником для нагрева до плавления вещества в телах с размерами 10 – 1000 километров [Печерникова, Витязев, 2005]. Энергия сжатия внутренних слоёв под тяжестью выпавшего материала определяется формулой адиабатического градиента температуры. Нагревание внутренних областей планеты в этом случае пропорционально температуре сжимаемого вещества и могло нагреть центральные области поверхности и почти не нагревало слои у поверхности [Любимова, 1955; Магницкий, 1965; Любимова, 1968]. Если рассматривать модель аккумуляции, в которой формирование резервуаров ядра и мантии происходит в это же время вследствие гравитационной дифференциации то ещё одним источником является высвобождающая потенциальная энергия.

В качестве основных механизмов теплопередачи в период аккумуляции можно рассматриваются ударное перемешивание, конвективные течения в зонах расплава, адвективные течения, связанные с гравитационной дифференциацией и кондуктивный теплоперенос. Теплоотдача растущей планеты осуществляется в основном излучением с поверхности, поэтому в тепловой баланс планеты может значительно зависеть от свойств первичной атмосферы.

Современное представление о тепловом балансе можно найти в Таблице 1.1 представленной в работе [Витязев, Печерникова, 2004]. Авторами приведены интегральные оценки источников тепла и крайние значения эффективного числа Нуссельта, достигаемые в разное время формирования Земли в первые 500 млн. лет.

Вклад различных источников и процессы теплопереноса значительно менялись на различных этапах аккумуляции. В первые миллионы лет основным источником являлись короткоживущие изотопы, энергия распада

которых могла разогреть центральные части будущих планет выше температуры плавления.

Таблица 1.1 Энергобаланс Земли в первые 500 млн. лет [Витязев, Печерникова, 2004]

№ п/п	Источники	Дж
1	Короткоживущие радиоактивные ^{26}Al , ^{60}Fe	10^{30}
2	Долгоживущие радиоактивные U, Th, ^{40}K	$4 \cdot 10^{30}$
3	Энергия ударов падающих тел	$2 \cdot 10^{32}$
4	Энергия упругого сжатия	10^{30}
5	Энергия дифференциации	$1,5 \cdot 10^{31}$
6	Энергия приливной диссипации	10^{30}
7	Энтальпия падающих планетезималей	10^{30}
8	Энергия химических реакций и фазовых переходов	10^{30}
9	Солнечная энергия ИК – УФ + солн. Ветер	$2,5 \cdot 10^{34}$
Тепломассоперенос		Nu
1	Ударное перемешивание	$10^2 - 10^5$
2	Адвективные течения	$10^2 - 10^5$
3	Конвективный теплоперенос	10
4	Кондуктивный теплоперенос	1
5	Диффузионный массоперенос	1
6	Флюидный	?
7	Приливное «пенеплирование»	10
8	Ударный выброс на гелио- и геоцентрические орбиты	$1 - 10\% M_{\oplus}$

На следующем этапе с увеличением массы планеты растут относительные скорости планетезималей и количество падающих тел, а, следовательно, основными становятся ударная энергия и теплоперенос вследствие ударного перемешивания. На заключительной стадии при

исчерпанию вещества в зоне питания планеты и с уменьшением глубины ударного перемешивания на поверхности начинает преобладать солнечная энергия. Во внутренних областях могло происходить значительное выделение энергии гравитационной дифференциации, которое при определённых условиях могло иметь характер теплового взрыва [Витязев, 2004].

Таким образом можно сделать вывод что в течении аккумуляции планеты значительно менялся её тепловой баланс и внутренние области претерпевали глубокие физико-химические преобразования, требующие подробного рассмотрения тепловой эволюции на протяжении всего периода аккумуляции.

1.3.2 Нагревание и ударное перемешивание верхнего слоя планеты ударами тел и частиц

Метод расчёта нагревания ударами малых тел и частиц в процессе аккумуляции был предложен в работе [Сафронов, 1959]. Первые наиболее простые расчёты проводились в предположении, что формирование происходило малыми телами и частицами, при этом энергия выделяется непосредственно на поверхности и большая часть успевает излучиться за время выпадения нового слоя. К малым относятся тела, радиус которых не превышал сотни метров. Температура поверхности T_s в этом случае определяется из уравнения сохранения энергии, обеспечивающего баланс принесённой энергии и излучаемой:

$$\left(\frac{\gamma m}{r} + \frac{v^2}{2}\right) \frac{dm}{dt} = 4\pi r^2 \sigma (T_s^4 - T_0^4) + \rho c_p (T_s - T_p) \frac{dm}{dt}, \quad (1.1)$$

где γ – гравитационная постоянная;

m и r – масса и радиус растущей Земли;

v – средняя скорость относительно Земли до сближения;

σ – постоянная Стефана – Больцмана;

T_0 – температура чёрного тела в окрестностях планеты;

ρ – плотность;

c_p – удельная теплоёмкость;

T_p – температура падающих тел и частиц.

Слева в уравнение это гравитационная энергия, выделяющаяся при аккумуляции. Справа первое слагаемое — энергия, излучаемая во внешнее пространство. Второе слагаемое – энергия, идущая на нагрев растущей планеты.

Скорости тел определяются гравитационным взаимодействием при сближении с растущей планетой [Сафронов, 1959]:

$$v^2 = \frac{Gm}{\theta r}, \quad (1.2)$$

где θ – статистический параметр, учитывающий распределение частиц по массам и скоростям в зоне «питания».

Температура поверхности растущей планеты, вычисленная по (1.1) зависит от скорости роста, т.е. чем выше скорость роста, тем выше её начальная температура. Темп роста планеты первоначально был получен О.Ю. Шмидтом и определяется выражением [Шмидт 1945, Сафронов, 1959]:

$$\frac{\partial m}{\partial t} = \frac{4r_e^2(M - m)}{P(R_2^2 - R_1^2)}, \quad (1.3)$$

здесь r_e – эффективный радиус растущей планеты массы m , зависящий от скорости, количества и размеров сталкивающихся частиц;

M – современная масса планеты;

P – период обращения вокруг солнца;

R_1 и R_2 – границы зоны питания.

В работе [Сафронов, 1969] было получено новое соотношение темпа роста планеты:

$$\frac{\partial m}{\partial t} = 2(1 + 2\theta)r^2\omega \left(1 - \frac{m}{M}\right) \sigma_0, \quad (1.4)$$

где ω – угловая скорость орбитального движения;

σ_0 – поверхностная плотность вещества в области растущей планеты.

Используя соотношение (1.4) было получено время роста Земли 10^8 лет при $\sigma_0 = 100 \text{ кг/м}^2$ и $\theta = 3$.

В работе [Печерникова, 2005] была предложена модифицированная теория роста Земли, которая более точно описывает ранние и поздние стадии аккумуляции планеты, учитывая роль крупных тел допланетного облака. Время роста планеты t с учётом влияния крупных тел:

$$t = \frac{b\delta r_{max}}{\sigma_0} \left(\ln \frac{1+z}{1-z} - 0,43z - 0,04 z^3 \right), \quad (1.5)$$

здесь b – параметр Сафронова;

δ – средняя плотность Земли;

r_{max} – современный радиус;

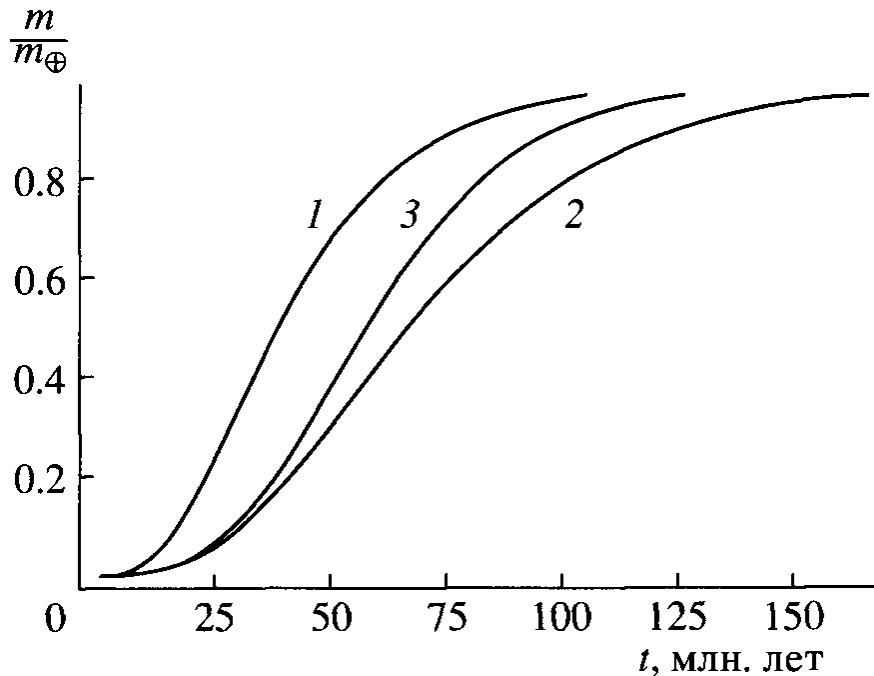
$z = \sqrt[3]{\frac{m(t)}{M}}$ – относительный радиус.

Время роста планеты, вычисленное с помощью (1.5), остаётся равным оценке 10^8 лет, однако она существенно меняет темп роста на ранней стадии. За половину времени аккумуляции, 50 млн. лет, масса растущей Земли оказывается в два раза больше вычисленной по соотношению (1.4), как показано на Рисунке 1.5.

Полученные значения температуры поверхности T_s из соотношения (1.1) учитывая (1.2) и (1.3) изображены на Рисунке 1.1. Нагревание поверхности ударами малых тел и частиц было небольшим. Максимально прогревалась поверхность при радиусе зародыша 3000 км. В период интенсивного роста.

В работе [Сафронов, 1969] была показана важная роль крупных тел в процессе аккумуляции. Предполагалось, что основная масса приносимого вещества сосредоточена в крупных телах, максимальный радиус которых мог достигать ста километров. При падении тел большая часть энергии освобождается в слое толщиной порядка диаметра падавшего тела, образуя

кратер, в котором происходит перемешивания вещества. Перенос тепла вследствие перемешивания эффективнее обычной теплопроводности.



1 – модель, учитывающая роль крупных тел; 2 – модель расширяющихся зон питания; 3 – модель Шмидта – Сафронова [Сафронов, 1969].

Рисунок 1.5 – Рост относительной массы Земли [Печерникова, 2005].

Для решения задачи об ударном разогревании планеты крупными телами используется уравнение теплопроводности в сферической области, имеющей подвижную границу. У границы должна быть задана область нагрева и интенсивного перемешивания вещества [Витязев, Печерникова, Сафронов, 1990]:

$$c_p \rho \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \left(c_p \rho \sum_i \chi_i \nabla T \right) + \sum_i Q_i, \quad (1.6)$$

где T – температура;

$\sum_i \chi_i$ – сумма всех видов температуропроводности;

$\sum_i Q_i$ – суммарная энергия, вносимая различными источниками.

Решение уравнения (1.6) представляет собой очень сложную задачу. В работах [Сафронов, 1969; Сафронов, Козловская, 1977; Сафронов, 1982; Витязев, Печерникова, Сафронов, 1990] для оценки нагревание верхних слоёв растущей Земли ударами тел решалась задача для более простого случая. Рассматривался лишь наружный слой мощностью h около двух диаметров наибольших падающих тел, в котором выделилась наибольшая часть ударной энергии и теплоперенос осуществлялся преимущественно ударным перемешиванием вещества. Для слоя $c_p \rho = const$, радиус планеты в процессе аккумуляции увеличивается, а нагреваемый слой всё время находится вблизи поверхности, перемещаясь с нею относительно вещества. Тогда с учётом наложенных ограничений относительно подвижной границы уравнение (1.4) можно записать [Сафронов, 1969; Сафронов, Козловская, 1977]:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \chi \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \left(\frac{\partial \chi}{\partial z} - \frac{2\chi}{R-z} - \dot{R} \right) \frac{\partial T}{\partial z} + Q, \quad (1.7)$$

где $z = R - r$ – расстояние от положения границы;

R – достигнутый радиус планеты;

$\dot{R} = \frac{\partial r}{\partial t}$ – перемещение границы.

Для решения уравнения (1.7) были сделаны упрощающие предположения. Параметры уравнения χ, Q, \dot{R} с течением времени меняются относительно медленно, поэтому положив $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$, ищется квазистационарное решение уравнения (1.7). Учитывая, что $z \ll R$, поставленная задача сводится к решению обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка:

$$\chi \frac{d^2 T}{dz^2} + \left(\frac{d\chi}{dz} - \frac{2\chi}{R} - \dot{R} \right) \frac{dT}{dz} + Q = 0, \quad (1.8)$$

с граничными условиями:

$$T(0) = T_s, \quad \frac{dT(h)}{dz} = 0, \quad (1.9)$$

где T_s – температура, на поверхности определяемая из (1.1).

Решение уравнения (1.8) с граничными условиями (1.9) решается аналитически.

Сложность решения уравнения (1.8) заключается в определении температуропроводности $\chi(z)$ и мощность источников тепла $Q(z)$ в слое подверженному ударному перемешиванию, для чего в свою очередь необходимо знать: форму и размер кратеров, долю энергии, идущую на разогрев вещества под кратером и её распределение по глубине, и распределение по массам тел из которых формировалась планета. Ещё одной сложностью является случайный характер падения крупных тел, что приводило к неравномерному разогреву поверхности планеты, поэтому принято рассматривать средние значения χ и Q а, следовательно, оценивать среднюю сглаженную температуру. В настоящее время нет экспериментальных данных по кратерообразованию при ударах. Качественные оценки распределения энергии удара и температуропроводности по глубине перемешивания рассматривались в работах [Сафронов, 1969; Сафронов, Казловская, 1977; Kaula, 1979; Витязев, Печерникова, Сафронов, 1990].

В работе [Светцов, Шувалов, 2005] используя методы математического моделирования были рассмотрены удары крупных тел, для Земли, имеющей кору толщиной 40 км. Численное моделирование показало, что мантия оказывается полностью расплавленной на глубинах от 100 до 450 км. при падении тел диаметром от 50 до 400 км. соответственно, со скоростью 20 км/с.

1.3.3 Нагревание в результате адиабатического сжатия

Исследование повышения температуры внутренних слоёв, нарастающими внешними, приведено в работах [Любимова, 1955; Магницкий, 1965; Любимова, 1968]. Оценка нагревания в результате повышения давления при адиабатическом сжатия определяется формулой адиабатического градиента температуры [Любимова, 1955]:

$$\frac{\partial T}{\partial p} = \frac{\alpha g T}{c_p}, \quad (1.10)$$

где p – давление;

α – коэффициент объёмного теплового расширения;

g – ускорение силы тяжести.

Используя безразмерный коэффициент Грюнайзена γ выраженный в виде:

$$\gamma = \frac{\alpha K_s}{c_p \rho}, \quad (1.11)$$

где K_s – адиабатический модуль сжатия;

ρ – плотность.

Нагревание в следствии сжатия можно выразить через плотность ρ и коэффициент Грюнайзена γ :

$$\frac{dT}{T} = \gamma \frac{d\rho}{\rho}, \quad (1.12)$$

При вычислении повышения температуры в результате адиабатического сжатия необходимо иметь значения термодинамических параметров во внутренних областях и температуру вещества перед сжатием. Для современной Земли термодинамические параметры вычислены по скоростям сейсмических волн, распределение плотности известно с точностью 1 – 2% [Жарков, 1983], что позволяет получить минимально возможный градиент температуры в Земле.

За время аккумуляции тепловыделение адиабатического сжатия могло увеличить температуру центральной части планеты почти вдвое, но не нагревало слои у поверхности [Сафронов, 1969; Витязев, Печерникова, Сафронов, 1990].

1.3.4 Влияние первичной атмосферы

В работе [Hayashi, Nakazawa, Mizuno, 1979] была получена возможная оценка температуры на поверхности растущей Земли более 4000К из-за наличия плотной непрозрачной атмосферы препятствующая свободному

излучению энергии. По оценке авторов растущая Земля, масса которой больше десятой части современной массы, могла начать удерживать плотную атмосферу. Масса атмосферы могла достигать 10^{23} кг. В работе [Abe, 1997] отмечается, что на поверхности растущей планеты в результате действия такой плотной атмосферы может поддерживаться магматический океан, образовавшийся при падении крупных тел. Удаление столь плотной атмосферы ультрафиолетовым излучением Солнца могло произойти за время 10^8 лет. Однако, как отмечается в работе [Сафронов, 1982] ультрафиолетовое излучение солнца должно было быть в 1000 раз интенсивнее современного на протяжении всего времени «сдувания» плотной атмосферы.

Вопрос формирования первичной атмосферы и её влияние на распределение температуры во внутренних областях планеты в период аккумуляции остаётся дискуссионным. В настоящее время нет достоверных данных о наличии плотной первоначальной атмосферы.

1.3.5 Энергия и теплоперенос в ходе гравитационной дифференциации

В ранних моделях энергия гравитационной дифференциации, сравниваемая с радиогенной [Люстих, 1948], выделялась после формирования планеты и её разогрева до температуры плавления другими источниками. В работах [Витязев, Печерникова, Сафронов, 1990, Витязев, 2004] рассмотрена модель дифференциации двухкомпонентной среды растущей планеты. Темп выделения энергии Q гравитационной дифференциации в стоксовом режиме, при котором число Рейнольдса $Re \ll 1$ равен:

$$Q \approx c(1 - c)\Delta\rho gv, \quad (1.13)$$

Здесь c – объёмная концентрация тяжёлых включений;

$\Delta\rho$ – разность плотностей включающей среды и тяжёлых включений;

g – ускорение силы тяжести;

v – скорость опускания тяжёлых включений в вязкой среде по Стоксу:

$$v = \frac{2\Delta\rho a^2}{9\eta} (1 - 2,5c), \quad (1.14)$$

Где a – средний размер тяжёлых включений;

η – динамическая вязкость.

При описании теплопереноса вызванного гравитационной дифференциацией используется зависимость [Витязев, Печерникова, Сафронов, 1990]:

$$K = K_0 Pe^{1/b}, \quad 1 \leq b \leq 4 \quad (1.15)$$

здесь K_0 – молекулярная теплопроводность;

Pe – число Пекле, которое может быть выражено через число Рейнольдса Re и Прандтля Pr :

$$Pe = RePr c = \frac{cva}{K_0}, \quad (1.16)$$

Также теплоперенос, вызванный адвективными течениями может быть представлен в виде [Франк-Каменецкий, 1967]:

$$K = K_0 Pe^{a_1} Pr^{a_2} c^{a_3}, \quad 0,2 \leq a_1, a_2, a_3 \leq 1 \quad (1.17)$$

Используя соотношения (1.13), (1.14) авторы показали, что в первичных крупномасштабных магматических очагах, размером около 10% от радиуса растущей планеты, при неоднородности в составе и плотности равной:

$$\frac{\delta c}{c} \sim \frac{\delta \rho}{\rho} \sim 10^{-2} - 10^{-3},$$

необходимо учитывать тепловыделения в результате адвективных течений при динамической вязкости $10^{21} - 10^{22}$ Па·с. Однако, интегральный вклад при этом составит 100К. Условия, при которых может начаться эффективная гравитационная дифференциация во всём слое мощностью $h \sim 0,1R$, могут быть достигнуты при падении тел размером 10 – 100 километров на растущую планету достигшей массы между Луной и Меркурием [Витязев, Печерникова, Сафронов, 1990].

В работе [Витязев, 2004] показано, что тепловыделение гравитационной дифференциации могло носить характер теплового взрыва,

ускоряя разделение вещества в магматических резервуарах с характерными размерами 100 километров, что могло способствовать глобальной дифференциации, объясняя раннее образование земного ядра в период аккумуляции.

Выводы

К настоящему времени представления об аккумуляции и тепловом режиме Земли и Луны период активной аккумуляции претерпели значительное изменение относительно ранних однородных холодных моделей. Отметим наиболее важные результаты и новые данные:

1. На начальном этапе аккумуляции большую роль играла энергия короткоживущих изотопов, преимущественно ^{26}Al .
2. Образование земного ядра в основном произошло в период аккумуляции планеты.
3. В ходе аккумуляции значительно менялся вклад различных источников тепла и процессов теплопереноса во внутренних областях.

Таким образом можно сделать вывод что в течении аккумуляции в недрах планеты протекали глубокие физико-химические преобразования, требующие подробного рассмотрения тепловой эволюции в этот период. Выделение энергии гравитационного взаимодействия тел является основным источником тепла и имел случайный характер что могло привести к тепловым неоднородностям во внутренних областях [Сафронов, 1969], поэтому тепловая эволюция должна рассматриваться в двухмерной или трёхмерной постановке, чтобы учитывать неравномерное нагревание.

ГЛАВА 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ТЕПЛОВОЙ ЭВОЛЮЦИИ В ПЕРИОД АККУМУЛЯЦИИ

2.1 Механизм роста планеты

При исследовании тепловой эволюции в процессе аккумуляции Земли и Луны будем опираться на механизм формирования, предложенный в работах [Анфилогов, Хачай, 2005; Khachay, Anfilogov, 2009]. Предложенная модель аккумуляции планет земной группы использует современные результаты изотопных геохимических анализов, позволивших получить надежные оценки концентрации короткоживущих естественно радиоактивных изотопов и, прежде всего, ^{26}Al в веществе протопланетного облака [Lee, Papanastassiou, Wasserburg, 1976; Nichols, 2000; Ouellette, Desch, Bizzarro, et al., 2009]. Результаты, представленные в работе [Анфилогов, Хачай 2005], показывают, что уже на раннем этапе процесса аккумуляции Земли, выделение тепла короткоживущими естественно радиоактивными элементами и, прежде всего, ^{26}Al оказывается достаточно для того, чтобы в протопланетном зародыше, превышающем размеры (50-100) км могла сформироваться расплавленная центральная область и сравнительно тонкая твердая верхняя оболочка.

Модель предполагает гетерогенную аккумуляцию, проходящую в два этапа. На первой стадии образуются первичные зародыши центральная часть которых состоит из наиболее высокотемпературных конденсатов, близких по составу к CAI — обогащенным Ca и Al включениям, которые обнаружены в метеорите Алленде. Средняя оболочка этих зародышей состоит преимущественно из железо - никелевого материала, который конденсируется из газовой фазы вслед за высокоглиноземистыми конденсатами.

Разогрев в процессе роста первичных зародышей происходил за счет энергии распада короткоживущих радиоактивных изотопов, главным из которых является ^{26}Al с периодом полураспада $\tau = 7,38 \cdot 10^5$ лет [Nichols, 2000].

Отношение $^{26}\text{Al}/^{27}\text{Al}$ в протопланетном веществе оценивается величиной $5 \cdot 10^{-5}$ [Lee, Papanastassiou, Wasserburg, 1976; Nichols, 2000; Merk, Breuer, Spohn, 2002; Ouellette, Desch, Bizzarro, 2009]. При таком содержании изотопа ^{26}Al по мере роста массы зародышей температура их центральных областей увеличивается и в центре зародыша радиусом более 200 км может достигать 2200 К, [Merk, Breuer, Spohn, 2002; Анфилогов, Хачай, 2005]. Этого вполне достаточно для плавления материала CAI в центральной части зародыша, температура плавления которого равна 1830 К [Stolper, 1982], и железо - никелевой смеси в его средней оболочке. Внешняя оболочка зародыша, отдающая тепло в пространство, останется твердой.

Дальнейшее формирование планет идет по следующей схеме. В соответствии с моделью аккумуляции В.С. Сафронова [Сафронов, 1969], число зародышей, образованных на начальном этапе процесса агломерации продуктов конденсации, велико и они будут часто сталкиваться друг с другом. Столкновение зародышей, имеющих близкие размеры, расплавленное алюмосиликатное ядро и среднюю оболочку, сложенную железом, и твердую силикатную внешнюю оболочку приведет к их разрушению. Средние, расплавленные оболочки при столкновении сольются, образуя новый зародыш, ядро которого состоит из железо - никелевого сплава. Вещество алюмосиликатных ядер первичных зародышей будет выдавлено из их центров и выброшено за пределы нового зародыша, образованного в результате столкновения. Частично вместе с ним будет выброшен расплавленный железо никелевый материал. Внешние твердые оболочки, нижняя часть которых могла состоять из вещества, близкого к составу палласитов или обыкновенных хондритов, будут разрушены, и часть обломков также будет выброшена за пределы области питания растущей планеты. Таким способом формируется металлическое ядро Земли и происходит разделение химических резервуаров ядра и силикатной мантии. Скорость изменения массы по предложенному выше механизму соответствует скорости роста в модели аккумуляции В.С. Сафронова [Сафронов, 1969]:

$$\frac{\partial m(t)}{\partial t} = 2(1 + 2\theta)r(t)^2\omega \left(1 - \frac{m(t)}{M_{\oplus}}\right)\sigma_0, \quad (2.1)$$

$$t \geq 0,$$

где $m(t)$ – масса зародыша, установившаяся ко времени t ;

θ – статистический параметр, учитывающий распределение частиц по массам и скоростям в зоне «питания».

$r(t)$ – радиус растущего зародыша;

ω – угловая скорость орбитального движения;

M_{\oplus} – современная масса планеты;

σ_0 – поверхностная плотность вещества в зоне «питания» планеты.

В момент времени принятый за начальный задаются условия:

$$m(0) = m_0, \quad (2.2)$$

$$r(0) = R_0, \quad (2.3)$$

где m_0 , R_0 – масса и радиус зарождающейся планеты момент времени, принятый за начальный.

Рассмотренный выше двухстадийный механизм формирования Земли позволяет предложить согласованный с ним вариант образования Луны, объясняющий дефицит железа в составе Луны и высокую первичную температуру в ее недрах. Материал, из которого на начальном этапе формируется Луна, представлен не первичными частицами общего протопланетного облака, а главным образом фрагментами первичных зародышей Земли. Выброшенных при их разрушении на спутниковые орбиты. Это вещество состоит из расплавленного материала, близкого по составу к СА1, и частично из расплавленного железа и обломков внешних твердых оболочек.

Разрушение первичных зародышей Земли происходит на такой стадии, когда их массы были малы и скорости, необходимые для того чтобы фрагменты, которые вышли из зоны питания растущей Земли при столкновении и разрушении относительно небольших тел, были вполне достижимыми. Поэтому количество фрагментов первичных зародышей,

перешедших при столкновении зародышей на орбиты спутников Земли, было достаточным для формирования центральной части Луны. После формирования центральной части Луны ее рост обеспечивался за счет материала, находящегося на гелиоцентрических орбитах и фрагментов, которые образовывались при столкновении планетезималей с растущей Землей. Поэтому начиная с определенного момента состав материала, из которого формируются Земля и ее спутник, будет практически одинаковым.

Именно на начальном этапе возникает неравномерное распределение железа между Землей и Луной. При формировании вторичных зародышей Земли основная масса железа переходит в их центральные части, из которых затем формируется ядро Земли. На Луну попадают фрагменты первичных зародышей, в которых значительная часть представлена материалом CAI, обогащенным Al_2O_3 . После завершения формирования основной части ядра Земли на его поверхности и на поверхности растущей Луны отлагается силикатный хондритовый материал с относительно невысоким содержанием железа.

Таким образом описанный выше гетерогенный механизм формирования планеты не противоречит современной теории аккумуляции, согласуется с последними свидетельствами раннего образования ядра Земли, и позволяет объяснить проблемы связанные с образованием Луны. Для исследования тепловой эволюции основанной на приведённом механизме формирования планеты будем предполагать, что формирования Земли до массы современного ядра планеты происходило за счёт вещества преимущественно железного состава, т.е. образование ядра происходило по мере роста планеты, дальнейшее формирование проходило из тел преимущественно силикатного состава.

2.2 Математическая модель тепловой эволюции в ходе аккумуляции

Математическое описание массоэнерготенереноса в растущем самогравитирующем теле переменного радиуса даже в модели однокомпонентной жидкости состоит в постановке краевых задач для системы уравнений баланса импульса, энергии и сохранения массы вещества и задачи Стефана на границах областей с включениями зон расплава [Ландау, Лившиц, 1986; Khachay, Anfilogov, 2009]:

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \nabla) \vec{V} \right) = -\nabla P + \eta \Delta \vec{V} + \left(\frac{\eta}{3} + \xi \right) \nabla (\nabla \vec{V}) - \rho \nabla W, \quad (2.4)$$

$$\rho T \left(\frac{\partial S}{\partial t} + (\vec{V} \nabla) S \right) = \lambda \Delta T + Q, \quad (2.5)$$

$$\Delta W_1 = -4\pi G \rho, \quad (2.6)$$

$$W = W_1 + W_2 \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla (\rho \vec{V}) = 0, \quad (2.8)$$

$$L \frac{\partial \vec{\psi}}{\partial t} = \vec{q}_1|_{\psi=0} - \vec{q}_2|_{\psi=0}, \quad (2.9)$$

здесь ρ – плотность;

\vec{V} – скорость жидкости;

∇ – оператор набла;

P – давление;

η – и ξ – коэффициенты первой и второй вязкости;

W_1 – гравитационный потенциал;

W_2 – центробежный потенциал;

S – энтропия;

λ – коэффициент теплопроводности;

Δ – оператор Лапласа;

Q – суммарная мощность внутренних источников энергии в единице объема;

G – гравитационная постоянная;

L – теплота фазового перехода;

$\vec{\psi}$ – положение границы раздела фаз;

$\vec{q}_1|_{\psi+0}$ и $\vec{q}_2|_{\psi-0}$ – плотность теплового потока, соответственно, перед и за фазовой границей.

Трудности доставляет уже решение краевых задач для первого уравнения (2.4) системы, которое называют уравнением Навье - Стокса. Даже в приближении с постоянными коэффициентами вязкости, как это использовано в (2.5), в трёхмерном сферическом слое нахождение численного решения представляет существенную проблему. Кроме того, в рамках уравнения (2.4) затруднительно описать вынужденное конвективное перемешивание вещества вблизи поверхности растущего тела при падении отдельных тел. Реальные вычислительные возможности позволяют использовать только сильно усредненное описание в сферически симметричной модели. Распределение температуры в теле увеличивающегося радиуса находится из численного решения краевой задачи для уравнения теплопроводности с учетом возможности появления расплава без явного выделения положения границы фронта кристаллизации [Самарский, Маисеенко, 1965; Будак, Соловьёва, Успенский, 1965], параметрического учета конвективного теплопереноса в расплаве [Тихонов, Любимова, Власов, 1969] и перенос тепла и нагревание за счёт адиабатического сжатия. В общем виде уравнение можно записать следующим образом:

$$c_{\text{эф}}\rho \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{V}\nabla T \right) = \nabla(\lambda_{\text{эф}}\nabla T) + Q, \quad (2.10)$$

$$t > 0,$$

$$\vec{x} \in \Omega,$$

где $c_{\text{эф}} = c(T)$ – эффективная теплоёмкость;

$\rho = \rho(\vec{x}, t)$ – плотность;

$T = T(\vec{x}, t)$ – температура;

t – время;

$\vec{V} = \vec{V}(r, t)$ – скорость сжатия внутренних слоёв нарастающими внешними;

∇ – оператор Набла;

$\lambda_{\text{эф}} = \lambda(T)$ – эффективный коэффициент теплопроводности;

$Q = Q(\vec{x}, t)$ – плотность тепловых источников;

$\vec{x} = \vec{x}(r, \theta, \varphi)$ – вектор, характеризующий положение точки в сферической системе координат;

$\Omega = \Omega^+ \cup \Omega^-$ – шар радиуса r , достигнутого ко времени t , в котором Ω^+ – область расплава, Ω^- – нерасплавленная часть.

Уравнение дополняется начальными и граничными условиями.

Начальное условие:

$$T|_{t=0} = T_0(\vec{x}). \quad (2.11)$$

Граничные условия:

$$T|_{r=R} = T_{\text{пов}}(\theta, \varphi, t), \quad (2.12)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \lambda r^2 \frac{\partial T}{\partial r} = 0, \quad (2.13)$$

где $T_{\text{пов}}(\theta, \varphi, t)$ – температура на поверхности растущей планеты.

Температура на поверхности планеты $T_{\text{пов}}$ рассчитывается из уравнения сохранения энергии [Khachay, Anfilogov, 2009]:

$$k \rho_{\text{пов}} \frac{Gm(r)}{r} \frac{dr}{dt} = \varepsilon \sigma (T_{\text{пов}}^4 - T_0^4) + \rho_{\text{пов}} c_p (T_{\text{пов}} - T_1) \frac{dr}{dt}, \quad (2.14)$$

где k – доля преобразованной в тепло потенциальной энергии

$\rho_{\text{пов}}$ – плотность вещества, верхнего слоя;

G – гравитационная постоянная;

ε – коэффициент прозрачности среды;

σ – постоянная Стефана – Больцмана;

T_0 – температура чёрного тела на расстоянии Земли от Солнца;

c_p – удельная теплоемкость вещества, верхнего слоя;

T_1 – температура падающих тел и частиц.

Слева в уравнении (2.14) стоит часть поступающей потенциальной энергии гравитационного взаимодействия тел. Справа первое слагаемое представляет

собой энергию, переизлучаемую телом во внешнее пространство, второе слагаемое – энергию, идущую на нагревание планеты. Уравнение (2.14) оценивает некую среднюю сглаженную температуру поверхности, и при решении многомерной задачи необходимо учитывать случайный характер взаимодействия тел.

Возможное появление области расплава и изменение его границ учитывается с помощью ввода в уравнение теплопроводности эффективной теплоёмкости $c_{эф}$ [Самарский, Маисеенко, 1965; Будак, Соловьёва, Успенский, 1965]. Тепловые процессы с фазовыми переходами вещества из твёрдого состояния в жидкое и наоборот описываются задачей Стефана. Задача представляет собой систему уравнений, состоящую из уравнения теплопроводности с начальными и граничными условиями и условий на границе раздела фаз. На границе фазового перехода $S(t)$ выполняются условие непрерывности температуры:

$$[T] \equiv T^-(\vec{x}) - T^+(\vec{x}) = 0, \quad \vec{x} \in S(t), \quad (2.15)$$

где

$$T^\pm(\vec{x}) = \lim_{\substack{\vec{x}' \rightarrow \vec{x} \in S(t) \\ \vec{x}' \in \Omega^\pm}} T(\vec{x}'). \quad (2.16)$$

Тепловой поток на границе фазового перехода претерпевает разрыв и определяется аналогично условию непрерывности следующей величиной:

$$\left[\lambda \frac{\partial T(\vec{x}, t)}{\partial n} \right] = -L \frac{dS(t)}{dt}, \quad \vec{x} \in S(t), \quad (2.17)$$

где L – теплота фазового перехода.

Фазовый переход происходит в равновесных условиях, т.е. на границе выполнены условия первого рода:

$$T(\vec{x}, t) = T_m, \quad \vec{x} \in S(t), \quad (2.18)$$

где T_m – температура плавления;

Условия (2.15) – (2.18) представляют собой условия Стефана.

Задача Стефана может быть записана в виде одного обобщённого уравнения теплопроводности во всей области решения [Самарский,

Моисеенко, 1965; Будак, Соловьёва, Успенский, 1965; Самарский, Вабищевич, 2003], при этом условия сопряжения (2.15) – (2.18) включаются в само уравнения теплопроводности, что эквивалентно наличию сосредоточенной теплоёмкости на границе фазового перехода:

$$c_{\text{эф}}(T) = c(T) + L\delta(T - T_m), \quad (2.19)$$

где $\delta(T - T_m)$ – дельта функция Дирака:

$$\delta(T - T_m) = \begin{cases} 0, & T \neq T_m, \\ 1, & T = T_m. \end{cases}$$

Для решения задачи Стефана в обобщённом виде не требует знания явного положения границы, области расплава находятся сопоставлением температуры плавления и распределения температуры, для текущего момента времени. На практике при приближённом решении задачи Стефана δ -функцию заменяют δ -образной функцией отличной от нуля на интервале $(T_m - \Delta T_m, T_m + \Delta T_m)$ и удовлетворяющей условию нормировки:

$$\int_{T_m - \Delta T}^{T_m + \Delta T} \delta(T - T_m, \Delta T) dT = 1.$$

Тогда эффективную теплоёмкость $c_{\text{эф}}(T)$ на интервале $(T_m - \Delta T_m, T_m + \Delta T_m)$ можно записать в виде [Самарский, Вабищевич, 2003]:

$$c_{\text{эф}}(T) = c(T) + \frac{L}{2\Delta T_m}. \quad (2.20)$$

Конвективный тепло - массоперенос в слое расплава учитывается с помощью эффективного коэффициента теплопроводности [Тихонов, Любимова, Власов, 1969; Хачай, 1980]

$$\lambda_{\text{эф}}(T) = \begin{cases} \lambda(T)(1 + 0,2^4 \sqrt{Ra - Ra_k}), & Ra > Ra_k, \\ \lambda(T), & Ra \leq Ra_k \end{cases}. \quad (2.21)$$

где Ra – число Релея; и его критическое значение;

Ra_k – критическое значение числа Релея, при котором возникает конвекция.

Число Релея, определяемое следующим образом:

$$Ra = \frac{\alpha g \Delta T h^3}{\chi \eta}, \quad (2.22)$$

где α – коэффициент теплового расширения;

h – мощность слоя расплава;

ΔT – разность температур на его границах;

g – величина гравитационного ускорения;

ν – эффективная вязкость в слое;

χ – коэффициент температуропроводности.

Критическое значение числа Релея $Ra_k = 657,5$, полученное для задачи о конвекции для простейших граничных условий при которых на верхней и нижней границе слоя расплава вертикальная компонента скорости и касательные напряжения равны нулю [Жарков, Трубицын, 1980].

Коэффициент молекулярной теплопроводности $\lambda(T)$ для вещества ядра и мантии различен. В ядре планеты формирующемся из вещества преимущественно железного состава коэффициент теплопроводности связан с коэффициентом электропроводности законом Видемана – Франца [Жарков, Трубицын, 1980; Жарков, 1983]:

$$\lambda(T) = \sigma L T, \quad (2.23)$$

где σ – коэффициент электропроводности;

L – постоянная Лоренца.

Электропроводность примем постоянной равной $\sigma = 3 \cdot 10^5 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$, что соответствует удельной электропроводности современного ядра Земли [Жарков, Трубицын, 1980; Жарков, 1983].

Коэффициент теплопроводности для вещества мантии вычисляется как сумма решётчатой и радиационной частей, согласно работе [Хачай, 1980]:

$$\lambda(T) = \frac{A}{T} + \frac{16 n^2 \sigma T^3}{3 \varepsilon_0}, \quad (2.24)$$

где $A = 5,72 \cdot 10^2 \text{ Дж} \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{с}$;

$n^2 = 3$ – показатель преломления;

ε_0 – коэффициент поглощения, может быть выбран в пределах $1000 \div 3000 \text{ м}^{-1}$ [Стейси, 1972].

Мощность внутренних источников тепла представляет собой сумму выделения тепла при радиоактивном распаде ^{26}Al и адиабатическом сжатии:

$$Q = Q_{^{26}\text{Al}} + Q_{\text{сж}}, \quad (2.25)$$

где $Q_{^{26}\text{Al}}$ – тепловыделение при радиоактивном распаде;

$Q_{\text{сж}}$ – тепловыделение при адиабатическом сжатии.

Из короткоживущих радиоактивных элементов изотоп ^{26}Al с периодом полураспада $\tau = 7,38 \cdot 10^5$ лет и энергией распада $q = 4.784 \cdot 10^{-13}$ Дж/ат, представляет наибольший интерес, так как содержание других короткоживущих элементов мало и их энергетический вклад на три – четыре порядка ниже [Анфилогов, Хачай, 2005]. Тепловыделения при радиоактивном распаде ^{26}Al запишем в виде:

$$Q_{^{26}\text{Al}} = \rho K_{^{26}\text{Al}} e^{-\lambda t} q, \quad (2.26)$$

здесь ρ – плотность вещества, содержащего ^{26}Al ;

$K_{^{26}\text{Al}}$ – концентрация изотопа ^{26}Al в веществе протопланетного облака в начальный момент времени;

$\lambda = \ln \frac{2}{\tau}$ – постоянная распада.

Концентрация изотопа ^{26}Al в веществе протопланетного облака оценивается следующим образом:

$$K_{^{26}\text{Al}} = K_{\text{Al}_2\text{O}_3} \frac{2\mu_{\text{Al}_2}}{\mu_{\text{Al}_2\text{O}_3}} \frac{N_A}{\mu_{\text{Al}_2\text{O}_3}} \frac{^{26}\text{Al}}{^{27}\text{Al}}, \quad (2.27)$$

где $K_{\text{Al}_2\text{O}_3}$ – концентрация Al_2O_3 в веществе протопланетного облака в начальный момент времени;

N_A – число Авогадро;

μ – молярная масса вещества.

Нагревание при адиабатическом сжатии внутренних слоёв нарастающими внешними вычисляется как показано в работе [Любимова, 1955]:

$$dT = \gamma T_0 \frac{d\rho}{\rho}, \quad (2.28)$$

здесь γ – коэффициент Грюнайзена;

T_0 – температура вещества перед сжатием.

Тогда тепловыделение при сжатии $Q_{\text{сж}}$ учитывается следующим образом:

$$Q_{\text{сж}} = c_p \gamma T \frac{d\rho}{dt}. \quad (2.29)$$

Для более полной оценки адиабатического сжатия в период формирования Земли становится важным вопрос о распределение плотности с глубиной. Внутреннее строения растущей планеты примем как сферически симметричную, гидростатически равновесную модель. Будем предполагать, что для любого момента времени модель внутреннего строения растущей Земли представляет собой сферически симметричное тело, находящееся в состоянии гидростатического равновесия. Тогда для распределения плотности $\rho(r)$, давления $p(r)$ и ускорение силы тяжести $g(r)$ можно воспользоваться установленными соотношениями, описывающими распределение плотности современной Земли [Буллен, 1975; Ландау, Лившиц, 1986]:

$$\frac{dp(r)}{dr} = \rho(r)g(r), \quad (2.30)$$

$$g(r) = \frac{Gm(r)}{r^2}, \quad (2.31)$$

$$\frac{dm(r)}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r), \quad (2.32)$$

$$0 \leq r \leq R,$$

$$\rho(R) = \rho_{\text{пов}},$$

$$p(R) = 0,$$

где R – радиус, достигнутый растущей планетой в текущий момент времени.

Для того чтобы найти распределения плотности, давления и ускорения силы тяжести в планете заданной массы необходимо дополнить уравнения гидростатического равновесия (2.30) – (2.32) уравнением состояния $\rho(p)$. В качестве уравнения состояния можно использовать уравнение Мурнагана – Берча [Стейси, 1972; Буллен, 1975; Витязев, Печерникова, Сафронов, 1990]:

$$p = \frac{3}{2} K_0 \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\frac{7}{3}} - \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\frac{5}{3}} \right], \quad (2.33)$$

где K_0 – изотермический модуль сжатия при нормальном давлении;

ρ_0 – плотность вещества при нормальном давлении.

Также в качестве уравнения состояния могут быть использованы и другие соотношения [Витязев, Печерникова, Сафронов, 1990].

Распределение температуры плавления для вещества ядра и мантии рассчитываются отдельно. Для вещества ядра, в основном железного состава, зависимость температуры плавления вычисляется как показано в работе [Стейси, 1972]. Выражение описывающее изменение зависимости температуры плавления T_m от сильного сжатия записывается следующим образом:

$$T_m(\rho) = T_{m_0} + K_0 \left(\frac{dT_m}{dp} \right)_0 \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho(r)} \right). \quad (2.34)$$

Для температуры плавления T_m ядра также может быть вычислена по формуле Линдемана [Жарков, 1983]:

$$T_m(\rho) = T_{m_0} \left(\frac{\rho(r)_0}{\rho_0} \right)^{2,24}. \quad (2.35)$$

Под индексом 0 обозначены начальные значения, соответствующие низким давлением.

В мантии, формирующейся в основном силикатами, используем квадратичную зависимость температуры плавления от давления, как показано в работе [Kaula, 1979]:

$$T_m = A_T + B_T p(r) + C_T p(r)^2. \quad (2.36)$$

Значения параметров уравнения [Kaula, 1979]:

$$A_T = 1460^\circ K,$$

$$B_T = 0,29 \times 10^{-7} \frac{K}{\text{Па}},$$

$$C_T = -0,92 \times 10^{-20} \frac{K}{\text{Па}^2}.$$

Представленное математическое описание тепловой эволюции Земли в период аккумуляции является сильно упрощённой моделью. Однако нестационарная краевая задача для уравнения теплопроводности (2.10) – (2.13) учитывает зависимость коэффициента теплопроводности и теплоёмкости от температуры является нелинейной. В силу нелинейности оно имеют только численное решение.

2.3 Численная постановка задачи и алгоритм решения

Все уравнения математической модели тепловой эволюции во время аккумуляции решались численно. При решении поставленной задачи применялись итерационные методы решения и методы конечных разностей с использованием неявных схем. Для аппроксимации уравнений модели введём пространственную и временную сетки.

Для дискретизации по времени введём неравномерную сетку ω_τ с шагом $\tau > 0$:

$$\omega_\tau = \{t_n = t_{n-1} + \tau_n, \quad \tau_n > 0, \quad n = 0, 1, \dots, \quad t_0 = 0\}. \quad (2.24)$$

На каждом шаге по времени пространственная сетка по радиусу будет отличаться от предыдущей за счёт сжатия внутренних слоёв нарастающими внешними. Для дискретизации по радиусу разобьём отрезок $[0, R^n]$ на n частей:

$$0 < r_1 < r_2 < \dots < r_{n-1} < R^n. \quad (2.25)$$

где $r_1 = R_0$ – радиус соответствующей массе зародыша планеты в начальный момент времени; R^n – радиус растущей планеты в момент времени t_n .

Полученное множество образует неравномерную сетку:

$$\omega_h^n = \{r_i, \quad i = 0, 1, \dots, n, \quad r_0 = 0, \quad r_n = R^n\}. \quad (2.26)$$

Расстояние между соседними узлами сетки (шаг сетки) равно:

$$h_i = r_i - r_{i-1}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.27)$$

и представляет собой толщину слоя, масса которого равна массе, аккумулированной за время τ_i , а радиус r_i соответствует массе зародыша планеты, образовавшейся ко времени t_i . Поставим в соответствие функциям непрерывного аргумента $m(t), \rho(r), p(r)$ сеточные функции m_i, ρ_i, p_i . Значения сеточных функций в каждом слое будем считать постоянными.

Пусть в момент времени t_0 принятый за начальный существует зародыш планеты радиуса R_0 и плотностью ρ_0 соответствующего плотности вещества ядра при нормальных условиях, тогда его масса будет равна:

$$m_1 = \frac{4}{3}\pi R_0^3 \rho_0. \quad (2.28)$$

При переходе с $(n - 1)$ на n временной слой, шаг τ_n выбирается таким образом, что за это время радиус планеты увеличивается на постоянную величину ΔR :

$$r_i = r_{i-1} + \Delta R, \quad i = n \quad (2.29)$$

Тогда масса тела в момент времени t_n станет равна:

$$m_i = m_{i-1} + \frac{4}{3}\pi \rho_i (r_i^3 - r_{i-1}^3), \quad i = n. \quad (2.30)$$

ρ_n – плотность вещества внешнего слоя. Согласно модели аккумуляции планет земной группы, предложенной в работах [Анфилогов, Хачай, 2005; Khachay, Anfilogov, 2009], рост планеты до массы современного ядра происходит за счёт вещества преимущественно железного состава, дальнейший рост идёт за счёт вещества преимущественно силикатного состава:

$$\rho_n = \begin{cases} \rho_{\text{я}}, & m_n \leq M_{\text{я}} \\ \rho_{\text{м}}, & m_n > M_{\text{я}} \end{cases} \quad (2.31)$$

Где $\rho_{\text{я}}$ – плотность вещества при нормальных условиях из которого формируется ядро растущей планеты;

ρ_M – плотность вещества при нормальных условиях из которого формируется мантия растущей планеты;

M_J – современная масса ядра планеты.

Время, за которое образовался новый слой вычисляется из модели Сафронова (2.1):

$$\tau_n = \frac{m_n - m_{n-1}}{2(1 + 2\theta)r_n^2\omega\left(1 - \frac{m_n}{M}\right)\sigma}. \quad (2.32)$$

Распределение давления получаем из аппроксимации уравнения гидростатического равновесия (2.6) и ускорение силы тяжести (2.3) в соответствии с заданной сеткой значений радиусов:

$$p_i = p_{i+1} + \frac{Gm_{i+1}\rho_{i+1}(r_{i+1} - r_i)}{r_{i+1}^2}, \quad i = n - 1, \dots, 1, 0 \quad (2.33)$$

$$p_n = 0,$$

где p_i – давление на глубине $r_n - r_i$;

m_i – масса, соответствующая радиусу r_i .

Распределения плотности в растущей планете находится из уравнения Мурнагана – Берча (2.33) записанного для сеточных функций давления p_i и плотности ρ_i :

$$p_i = \frac{3}{2}K_0 \left[\left(\frac{\rho_i}{\rho_0}\right)^{\frac{7}{3}} - \left(\frac{\rho_i}{\rho_0}\right)^{\frac{5}{3}} \right], \quad i = 0, 1, \dots, n - 1 \quad (2.34)$$

$$\rho_0 = \begin{cases} \rho_J, & m_i \leq M_J \\ \rho_M, & m_i > M_J \end{cases}$$

Уравнение (2.33) решалось численно методом Ньютона для каждого значения давления. Плотность на поверхности ρ_n находится из выражения (2.31).

Модуль сжатия K_0 выбирается аналогично плотности:

$$K_0 = \begin{cases} K_J, & m_i \leq M_J \\ K_M, & m_i > M_J \end{cases}, \quad (2.35)$$

где K_J – модуль сжатия соответственно для вещества ядра;

K_M – модуль сжатия соответственно для вещества мантии.

Зная новое распределение плотности в растущем теле вычислим сжатие внутренних слоёв. Новые значения радиусов вычислим следующим образом:

$$r_i = \sqrt[3]{r_{i-1}^3 + \frac{3(m_i - m_{i-1})}{4\pi\rho_i}}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (2.36)$$

Распределение температуры плавление по радиусу вычисляется из уравнения (2.34), (2.36):

$$T_i^* = \begin{cases} T_{m_0} + K_0 \left(\frac{dT_m}{dp} \right)_0 \left(1 - \frac{\rho_{\text{я}}}{\rho_i} \right), & m_i \leq M_{\text{я}}, \\ A_T + B_T p_i + C_T p_i^2, & m_i > M_{\text{я}} \end{cases}, \quad i = 0, 1, \dots, n. \quad (2.37)$$

Для каждого достигнутого радиуса планеты численно решается краевая задача для уравнения теплопроводности (2.10) – (2.13) на отрезке времени $[t_n, t_{n+1}]$. Численное решение задачи основано на методе конечных разностей. Представим уравнение (2.10) – (2.13) в безразмерном виде. Введём следующие обозначения:

$$c = c_0 \tilde{c}; \quad \lambda = \lambda_0 \tilde{\lambda}; \quad \rho = \rho_0 \tilde{\rho}; \quad a_0 = \frac{\lambda_0}{c_0 \rho_0}; \quad t = \frac{R^2}{a_0} \tilde{t}; \quad V = \frac{a_0}{R} \tilde{V}; \quad \nabla = \frac{1}{R} \tilde{\nabla}. \quad (2.38)$$

Здесь R – современный радиус растущей планеты. Учитывая безразмерные параметры, записанные без тильды, рассмотрим следующую задачу. Пусть Ω – шар радиуса R^n с границей Γ :

$$\Omega = \{0 < r < R^{n+1}, \quad 0 < \theta < \pi, \quad 0 \leq \varphi < 2\pi\}$$

$$\bar{\Omega} = \Omega \cup \Gamma$$

Необходимо найти функцию распределение температуры $T = T(r, \theta, \varphi, t)$ в замкнутой области $\bar{\Omega} \times (t_n \leq t \leq t_{n+1})$, удовлетворяющую уравнению:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = L_r T + L_\theta T + L_\varphi T + f(r, t), \quad (2.39)$$

$$\vec{x} \in \bar{\Omega}, \quad t_n < t \leq t_{n+1},$$

и краевому и начальному условиям:

$$T|_\Gamma = T_{\text{пов}}(\theta, \varphi, t),$$

$$T|_{t=0} = T_0(r, \theta, \varphi),$$

Здесь:

$$L_r T = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(a(T) r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) - V_r \frac{\partial T}{\partial r}, \quad (2.40)$$

$$L_\theta T = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(a(T) \sin \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right), \quad (2.41)$$

$$L_\varphi T = \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial T}{\partial \varphi} \left(a(T) \frac{\partial T}{\partial \varphi} \right), \quad (2.42)$$

$$f(r, t, T) = \frac{R^2}{\lambda_0 c(T) \rho(r)} Q(\vec{x}, t),$$

$$a(T) = \frac{\lambda(T)}{c(T) \rho(r)}.$$

Построим в $\bar{\Omega}$ пространственную сетку $\bar{\omega} = \hat{\omega}_r \times \omega_\theta \times \omega_\varphi = \omega \cup \gamma$, где $\omega = \bar{\omega} \cap \Omega$ – множество узлов, являющихся внутренними точками шара, $\gamma = \bar{\omega} \cap \Gamma$ – множество граничных узлов. Введём сетки:

$$\hat{\omega}_r = \{r_i \in [0, R^{n+1}], \quad i = 0, 1, \dots, n+1, \quad r_0 = 0, \quad r_n = R^{n+1}\},$$

$$\omega_\theta = \left\{ \theta_j = (j + 0.5)h_\theta, \quad j = 0, 1, \dots, J, \quad h_\theta = \frac{\pi}{J+1} \right\},$$

$$\omega_\varphi = \left\{ \varphi_k = kh_\varphi, \quad k = 0, 1, \dots, K-1, \quad h_\varphi = \frac{2\pi}{K} \right\},$$

Сетка по времени определяется по (2.24).

Дифференциальные операторы L_r, L_θ, L_φ аппроксимируем разностными $\Lambda_r, \Lambda_\theta, \Lambda_\varphi$.

$$\Lambda_r = \frac{1}{\bar{h}r^2} \left(\frac{a_r(T)_{i+\frac{1}{2}} r_{i+\frac{1}{2}}^2}{h_{i+1}} (T_{i+1} - T_i) - \frac{a_r(T)_{i-\frac{1}{2}} r_{i-\frac{1}{2}}^2}{h_{i-1}} (T_i - T_{i-1}) \right) - \frac{V_i}{2\bar{h}} (T_{i+1} - T_{i-1}), \quad (2.43)$$

$$\Lambda_\theta = \frac{1}{h_\theta^2 r^2 \sin \theta} \left(a_\theta(T)_{j+\frac{1}{2}} \sin \theta_{j+\frac{1}{2}} (T_{j+1} - T_j) - a_\theta(T)_{j-\frac{1}{2}} \sin \theta_{j-\frac{1}{2}} (T_j - T_{j-1}) \right),$$

$$\Lambda_\varphi = \frac{1}{h_\varphi^2 r^2 \sin^2 \theta} \left(a_\varphi(T)_{k+\frac{1}{2}} (T_{k+1} - T_k) - a_\varphi(T)_{k-\frac{1}{2}} (T_k - T_{k-1}) \right),$$

Здесь

$$\bar{h} = \frac{h_{i-1} + h_{i+1}}{2},$$

$$a_r(T)_{i\pm\frac{1}{2}} = \frac{a_r(T_i) + a_r(T_{i\pm 1})}{2},$$

$$a_\theta(T)_{i\pm\frac{1}{2}} = \frac{a_\theta(T_j) + a_\theta(T_{j\pm 1})}{2},$$

$$a_\varphi(T)_{i\pm\frac{1}{2}} = \frac{a_\varphi(T_k) + a_\varphi(T_{k\pm 1})}{2}.$$

Функцию плотности тепловых источников $f(r, t, T)$ аппроксимируем сеточной функцией ψ_i^n :

$$\psi_i^n = f\left(r_i, t_{n+\frac{1}{2}}, T\right), \quad t_{n+\frac{1}{2}} = t_n + \tau.$$

Универсальный метод решения уравнения теплопроводности для многомерных задач является локально одномерный метод [Самарский, 1977; Тихонов, Самарский, 1999] или соответствующий ему метод расщепления [Яненко, 1967; Берковский, Ноготов, 1976].

Согласно методу, многомерное уравнение теплопроводности аппроксимируют цепочкой одномерных двухслойных шеститочечных схем с весами ($\sigma = \frac{1}{2}$) в направлении каждой переменной.

$$\frac{T^{n+\frac{1}{3}} - T^n}{\tau} = \Lambda_r \left(\sigma T^{n+\frac{1}{3}} + (1 - \sigma) T^n \right) + \psi_r,$$

$$\frac{T^{n+\frac{2}{3}} - T^{n+\frac{1}{3}}}{\tau} = \Lambda_\theta \left(\sigma T^{n+\frac{2}{3}} + (1 - \sigma) T^{n+\frac{1}{3}} \right) + \psi_\theta, \quad (2.43)$$

$$\frac{T^{n+1} - T^{n+\frac{2}{3}}}{\tau} = \Lambda_\varphi \left(\sigma T^{n+1} + (1 - \sigma) T^{n+\frac{2}{3}} \right) + \psi_\varphi.$$

Сеточные функции в правой части $\psi_r, \psi_\theta, \psi_\varphi$ выбираются произвольно таким образом, чтобы их сумма равнялась ψ_i^n :

$$\psi_r + \psi_\theta + \psi_\varphi = \psi_i^n.$$

Будем полагать что $\psi_\varphi = \psi_\theta = 0$, $\psi_r = \psi_i^n$ такой выбор не отразится на порядке точности [Самарский, 1977].

Полученная последовательность одномерных схем является локально одномерной схемой для уравнения теплопроводности. Уравнение (2.39) является квазилинейным, поэтому локально одномерная схема может быть записана двумя способами, линейна или нелинейно относительно значений функции T^{n+1} . Во втором случае для решение разностной схемы используется метод итераций.

Представленный численный алгоритм решения поставленной задачи может быть запрограммирован на современных электронно-вычислительных машинах. Локально одномерная схема для численного решения краевой задачи для уравнения теплопроводности в трёхмерной постановке позволяет применять методы параллельного программирования.

Выводы

На основе гетерогенной модели аккумуляции Земли и Луны согласующейся с последними свидетельствами раннего образования ядра Земли получена математическая модель и реализован численный алгоритм тепловой эволюции в этот период. При постановке задачи были сделаны следующие упрощающие предположения:

1. формирования Земли до массы современного ядра планеты происходило за счёт вещества преимущественно железного состава, т.е. образование ядра происходило по мере роста планеты, дальнейшее формирование проходило из тел преимущественно силикатного состава;
2. процессы, связанные с появлением расплава, такие как конвективный теплоперенос и движение границы области расплава учитываются с помощью эффективных коэффициентов;

3. в модели не учитывается теплоперенос в следствии ударного перемешивания вещества в приповерхностном слое растущей протопланеты при падении тел;

4. энергия гравитационного взаимодействия тел выделяется на поверхности растущего тела

Сделанные предположения позволили составить численный алгоритм решения поставленной задачи в трёхмерной постановке и в интегрированной среде разработок программного обеспечения Microsoft Visual Studio 2010 (лицензионное программное обеспечение, предоставленное ИГФ УрО РАН, MSDN подписка «DreamSpark Premium», №20200871) на языке Visual C++, с использованием открытого стандарта распараллеливания программ OpenMP запрограммировать его для ЭВМ.

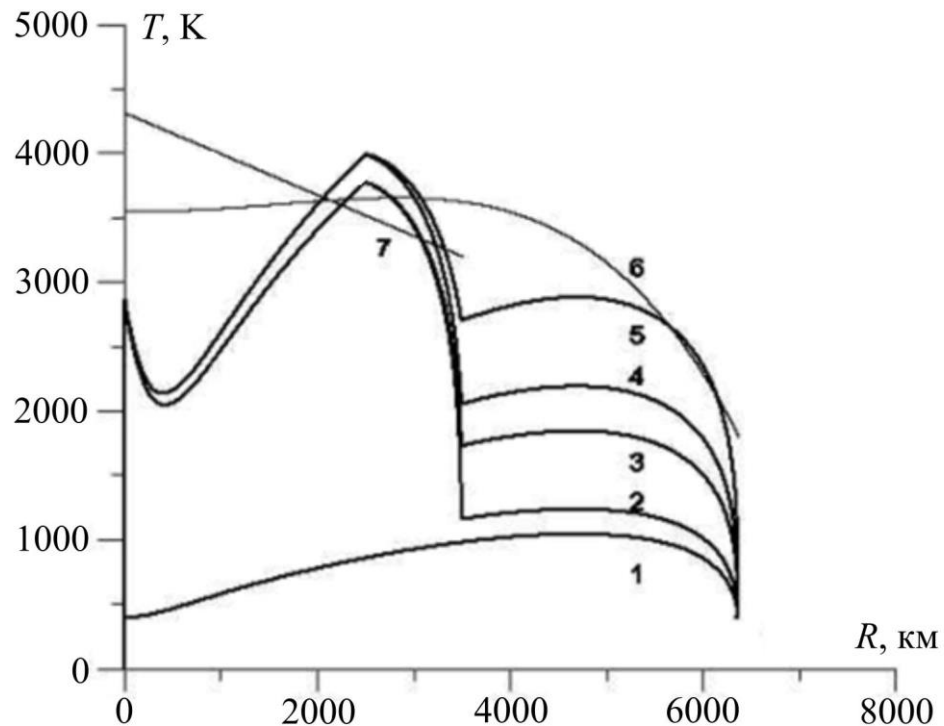
ГЛАВА 3. ВЫБОР ПАРАМЕТРОВ И РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

3.1 Выбор основных параметров модели

Формирование Земли и Луны рассчитывалось до достижения 90% ими современной массы. Последние доли процентов от современной массы могли наращиваться в течении следующих нескольких сотен миллионов лет в связи с малой интенсивностью аккумуляции [Печерникова, Витязев, 2005]. Значения основных параметров темпа роста в соотношении (2.1) взяты следующие: современная масса Земли $M_3 = 5,9 \times 10^{24}$ кг; современная масса Луны $M_{\text{л}} = 7,3477 \cdot 10^{22}$ кг; современный радиус Земли $R_3 = 6,371 \times 10^6$ м; современный радиус Луны $R_{\text{л}} = 1,7371 \times 10^6$ м; угловая скорость орбитального движения Земли $\omega = 1,99 \times 10^{-7} \text{ с}^{-1}$; поверхностная плотность вещества в зоне «питания» планеты $\sigma_0 = 100 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-2}$; статистический параметр, учитывающий распределение частиц по массам и скоростям в зоне «питания» $\theta = 3$. Скорость роста Земли соответствует модели В.С. Сафронова представленной на Рисунок 1.4 кривой под номером 3 [Сафронов, 1969]. Темп роста может незначительно меняться при выборе плотности нарастающих новых слоёв, так как согласно выбранному механизму роста до массы современного ядра планеты формирование идёт из более плотного вещества преимущественно железного состава $\rho = 7600 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$, затем менее плотного вещества преимущественно силикатного состава $\rho = 3300 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$. Однако время роста Земли остаётся прежним $\sim 10^8$ лет.

Заданное условие на поверхности растущей планеты (2.14) во многом определяется коэффициентами преобразования потенциальной энергии в тепло k и прозрачности среды ε . Доля преобразованной в тепло потенциальной энергии выбрана согласно работам [Анфилогов, Хачай, 2013;

Anfilogov, Khachay, 2015]. На Рисунке 3.1 представлено влияние доли преобразованной энергии, рассмотренной в работе [Анфилогов, Хачай, 2013].



1 – аккумуляция из мелких частиц (выделение тепла короткоживущими радиоактивными элементами не учитывается, в области растущего ядра $k = 0,001$, в области мантии $k = 0,001$; 2 – в области растущего ядра $k = 0,3$, в области мантии $k = 0,002$; 3 – в области растущего ядра $k = 0,4$, в области мантии $k = 0,1$; 4 – в области растущего ядра $k = 0,4$, в области мантии $k = 0,02$; 5 – в области растущего ядра $k = 0,5$, в области мантии $k = 0,05$; 6 – зависимость температуры плавления силикатного вещества мантии от давления [Kaula, 1979]; 7 — зависимость температуры плавления вещества ядра от давления [Стейси, 1972].

Рисунок 3.1 – Возможные варианты распределения температуры к моменту достижения планетой радиуса 6300 км [Хачай, Анфилогов, Антипин, 2012].

При росте ядра планеты т.е. до 30% от современной массы планеты коэффициентами преобразования потенциальной энергии в тепло k может составлять десятки процентов. При дальнейшем росте планеты коэффициент k

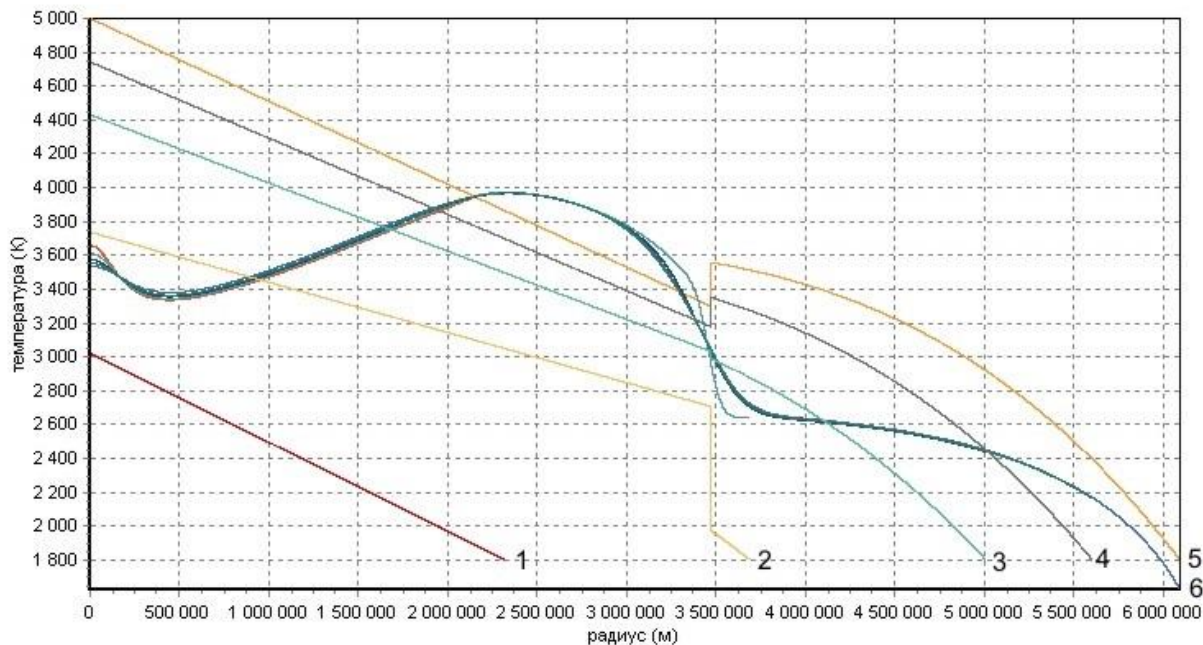
становится на порядок меньше, что объясняется увеличением доли твёрдой силикатной составляющей аккумулирующихся тел.

Наибольшую неопределенность в работе содержит оценка коэффициента прозрачности атмосферы ε в выражении (2.14). В качестве нижней границы для него использовалась оценка по [Шапкин, Сидоров, 2004]. Однако эта оценка, так же, как и принятая в [Hayashi, Nakazawa, Mizuno, 1979; Abe, 1997], не учитывает наличие в этой атмосфере газообразных продуктов силикатного состава наибольшие значения плотности которых достигается ко времени завершения формирования железного ядра, согласно принятому механизму роста [Анфилогов, Хачай, 2005]. Некоторые варианты распределения температуры в аккумулируемой планете к последовательно увеличивающимся моментам времени представлены на Рисунке 3.2 и Рисунке 3.3.

Результаты, представленные на Рисунке 3.2 и Рисунке 3.3 получены для модели, в которой доля преобразованной в тепло потенциальной энергии при росте ядра $k = 0,4$, при росте мантии $k = 0,04$. Плотность в ядре $\rho = 7600 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$, в мантии $\rho = 3300 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$. В ядре зависимость температуры плавления в основном железного состава принята как линейная зависимость от глубины. В мантии, формирующейся в основном силикатами, используется квадратичная зависимость температуры плавления от давления (2.36), как показано в работе [Kaula, 1979].

Показанные распределения качественно отличаются от полученных до сих пор, например, (Сафронов, 1969; Сафронов, 1982; Витязев, Печерникова, Сафронов, 1990; Kaula, 1979; Хачай, 1987; Hayashi, Nakazawa, Mizuno, 1979; Abe, 1997). Во-первых, в центре до значений радиуса около 300 км имеется максимум температуры со значениями $T > (2000 - 3700) \text{ K}$, в зависимости от использованной оценки начальной концентрации ^{26}Al . Ко времени, когда радиус растущей планеты достигает значений $r = (400 - 500) \text{ км}$,

содержание короткоживущего ^{26}Al значительно снижается и формируется локальный минимум.



1 – 5 распределение температуры плавления, 6 – распределение температуры

Рисунок 3.2 – Зависимость температуры в растущей Земле и температуры

плавления от глубины и проницаемости первичной атмосферы ε :

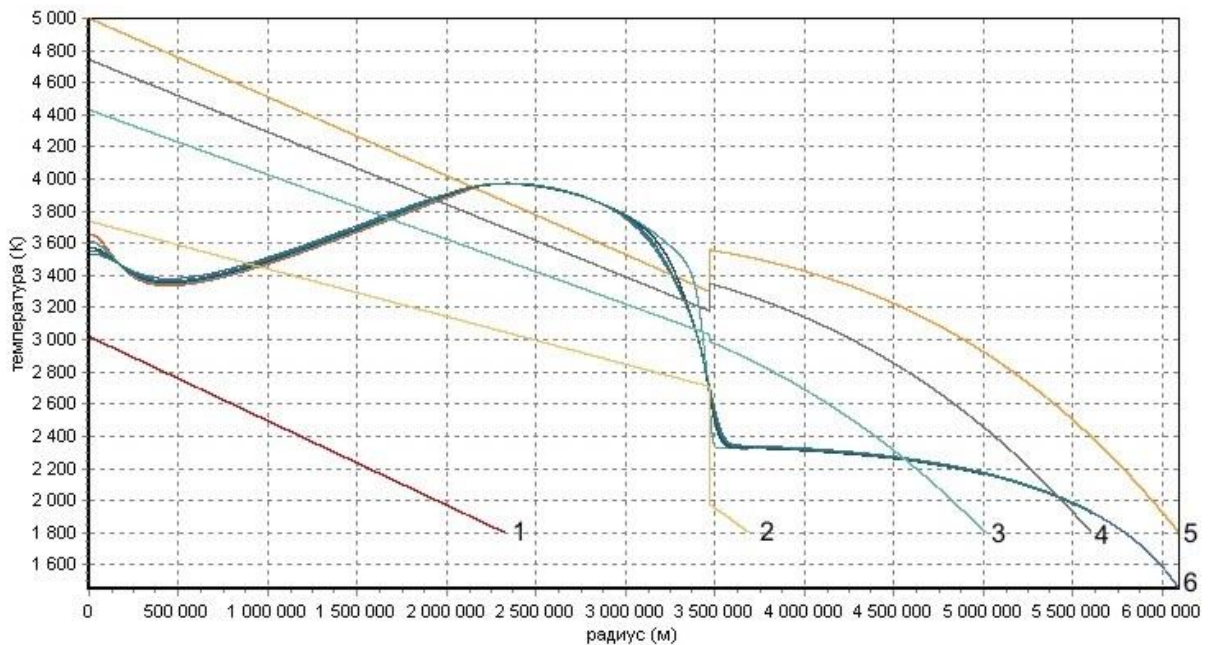
коэффициенте прозрачности при росте ядра $\varepsilon = 1 \times 10^{-5}$, при росте

мантии $\varepsilon = 2 \times 10^{-5}$ [Хачай, Анфилогов, Антипин, 2012].

Затем, по мере увеличения массы протопланеты, увеличивается роль выделения кинетической энергии при падении аккумулируемых тел и частиц. Уменьшение прозрачности первичной атмосферы в этот период приводит к снижению плотности уходящего теплового потока и увеличению температуры внутренних оболочек. Как видно из полученных результатов, на стадии аккумуляции мантии снижение прозрачности атмосферы может значительно влиять на распределение температуры.

Температура чёрного тела на расстоянии Земли от Солнца $T_0 = 392\text{K}$, что равно температуре в подсолнечной точке при его современной светимости

[Хачай, 1987]; Температура падающих тел и частиц $T_1 = 500K$, принята постоянной на всём протяжении аккумуляции. Соотношение (2.14) вычисляет усреднённую температуру в поверхностном слое растущей планеты. Для моделирования неоднородного распределения температуры в поверхностном слое использовался стандартный генератор псевдо - случайных чисел, разброс температур в поверхностном слое составлял 50% от полученного из (2.14) усреднённого значения. Один из вариантов распределения температуры в поверхностном слое растущей планеты представлен на Рисунке 3.4.



1 – 5 распределение температуры плавления, 6 – распределение температуры

Рисунок 3.3 – Зависимость температуры в растущей Земле и температуры

плавления от глубины и проницаемости первичной атмосферы ε :

коэффициенте прозрачности при росте ядра $\varepsilon = 1 \times 10^{-5}$, при росте

мантии $\varepsilon = 4 \times 10^{-5}$ [Хачай, Анфилогов, Антипин, 2012].

Для вычисления эффективной теплоёмкости $c_{эф}$, учитывающей возможное появление области расплава и изменение его границ, теплота фазового перехода выбрана постоянной во всех слоях растущей планеты $L =$

$4 \cdot 10^5 \text{ Дж} \cdot \text{кг}^{-1}$, интервал температур в которых определяется фазовый переход $\Delta T = 200 \text{ K}$ [Kaula, 1979; Хачай, 1987]. Параметры области расплава при вычислении числа Релея Ra взяты следующие: коэффициент теплового расширения $\alpha = 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, кинематическая вязкость $\nu = 1 \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$ [Тихонов, Любимова, Власов, 1969; Хачай, 1980].

Мощность выделения тепла от радиоактивного распада ^{26}Al вычислялась при выбранной концентрации Al_2O_3 в веществе протопланетного облака в начальный момент времени $K_{\text{Al}_2\text{O}_3} = 2,5\%$ [Анфилогов, Хачай, 2005], соотношение $^{26}\text{Al}/^{27}\text{Al} = 5 \cdot 10^{-5}$ установлено в работах [Lee, Papanastassiou, Wasserburg, 1976; Nichols, 2000; Ouellette, Desch, Bizzarro, 2009].

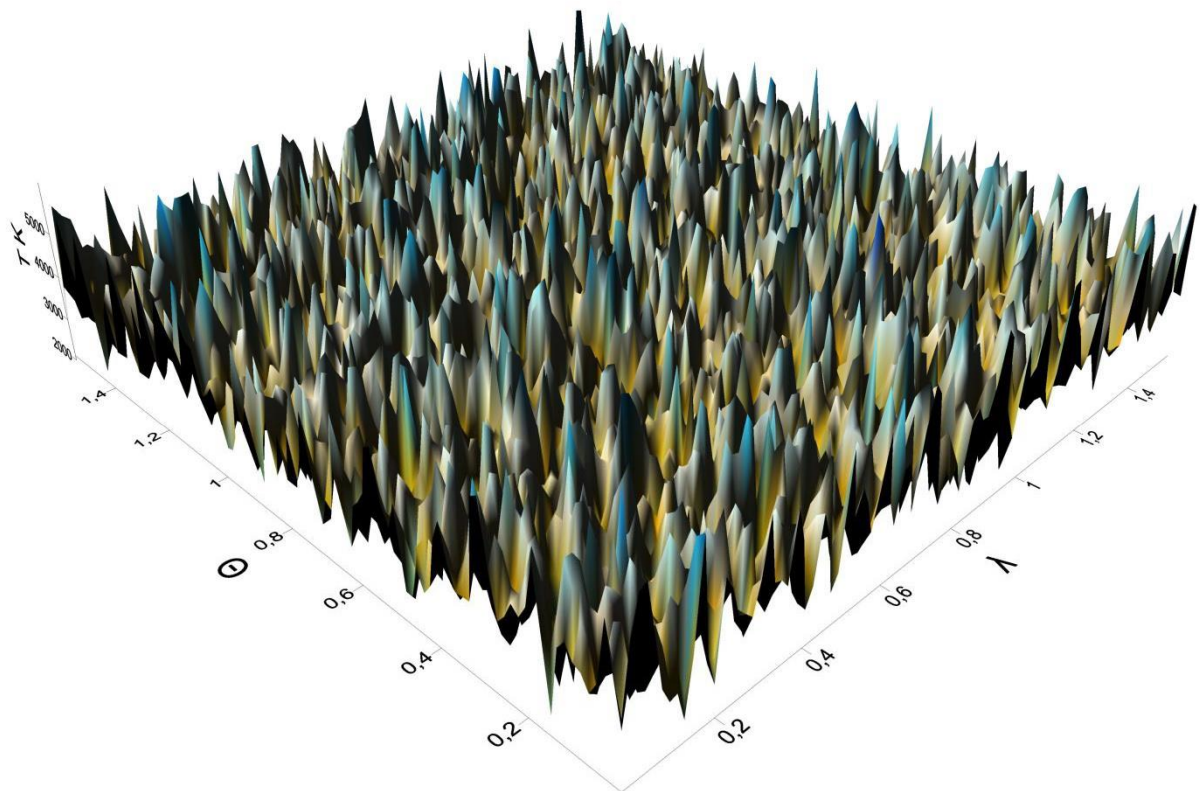


Рисунок 3.4 – Вариант распределения температуры на поверхности растущего ядра при $R = 1000 \text{ км}$ при случайном распределении тел и частиц по энергии соударения и по поверхности [Хачай, Анфилогов, Антипин, 2013].

Необходимый для вычисления тепловыделения при адиабатическом сжатии параметр Грюнейзена $\gamma = 1,4$ выбран постоянным для всех слоёв формирующейся Земли. Выбранное значение параметра Грюнайзена представляет среднее значение для ядра и мантии современной Земли [Жарков, 1983].

Мощность выделения тепла от радиоактивного распада ^{26}Al вычислялась при выбранной концентрации Al_2O_3 в веществе протопланетного облака в начальный момент времени $K_{\text{Al}_2\text{O}_3} = 2,5\%$ [Анфилогов, Хачай, 2005], соотношение $^{26}\text{Al}/^{27}\text{Al} = 5 \cdot 10^{-5}$ установлено в работах [Lee, Papanastassiou, Wasserburg, 1976; Nichols, 2000; Ouellette, Desch, Bizzarro, 2009].

Для вычисления распределения плотности и давление в формирующейся Земле из уравнений гидродинамики используется уравнение Мурнагана – Берча (2.33). Изотермический модуль сжатия при нормальном давлении K_0 выбран соответственно плотности вещества для вещества ядра $K_0 = 16 \cdot 10^{10}$ ГПа для вещества мантии $K_0 = 7 \cdot 10^{10}$ ГПа.

При известном распределении плотности в ядре преимущественно железного состава вычисление температуры плавление производилось по соотношению (2.34). Начальные значения, соответствующие низким давлением выбраны следующими: температура плавления вещества ядра при нормальном давлении $T_{m_0} = 1800 \text{ K}$, что соответствует температуре плавления железа. Для железа отношение $\left(\frac{dT_m}{dp}\right)_0 = 2,85 \cdot 10^{-8}$ град · Па получено в работе [Sterrett, Klement, Kennedy, 1965].

Имеющиеся данные по многим вопросам формирования планет очень ненадёжны, поэтому выбранные параметры уравнений модели не определяются с достаточной точностью или взяты как усреднённые значения. Однако их выбор позволяет оценить в первом приближении тепловую эволюцию в период аккумуляции Земли и Луны.

3.2 Результаты численных расчётов тепловой эволюции

Используя вышеописанную численную реализацию математической модели тепловой эволюции растущей планеты, были получены варианты распределение температуры в период аккумуляции Земли и Луны. Распределение температуры получено для разных значений достигнутой массы в сферическом секторе, внутри углов по долготе и широте 90° . На Рисунке 3.5 и Рисунке 3.6 приведены варианты распределения температуры в разрезе сферического сектора к концу аккумуляции Земли и Луны соответственно.

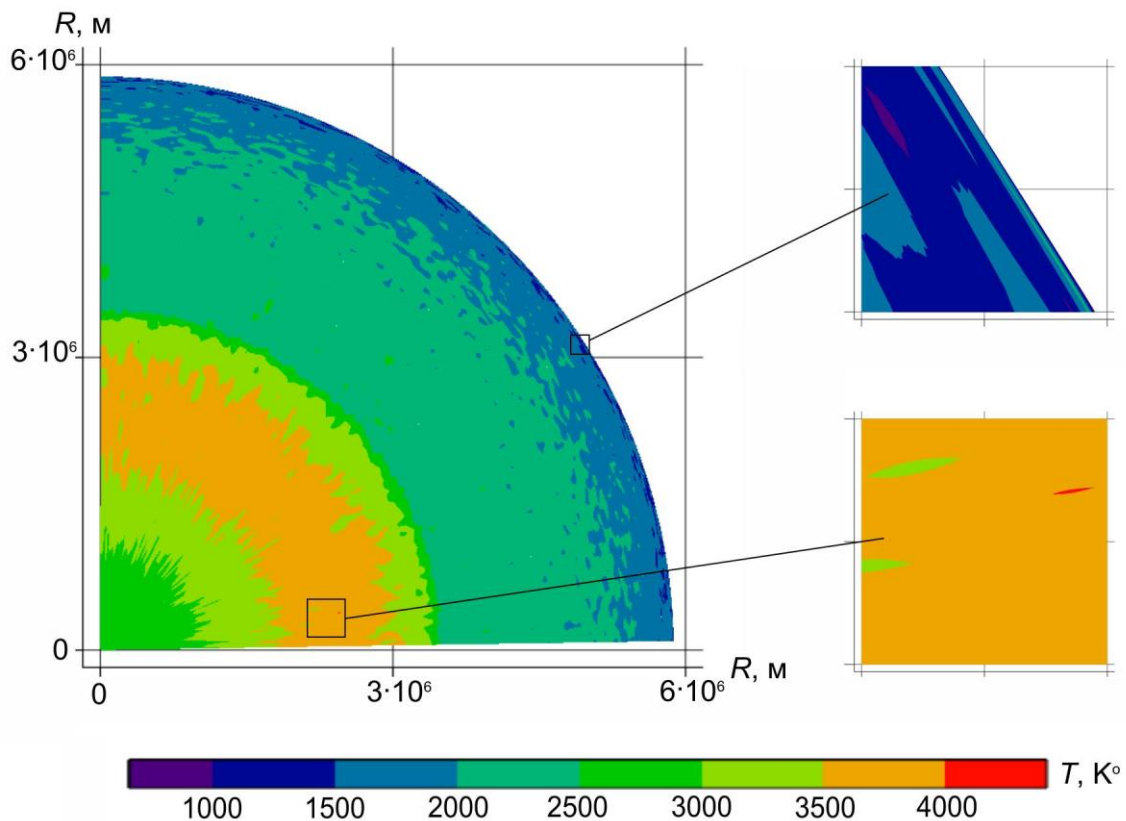


Рисунок 3.5 – Вариант геотермического разреза сферического сектора Земли к концу аккумуляции [Хачай, Антипин, Анфилогов, 2014]

Полученные результаты численного решения поставленной задачи для трёхмерной модели, представленные на Рисунке 3.5 и Рисунке 3.6, отражают

неравномерное нагревание Земли и Луны в период их аккумуляции, обусловленное как изменением в тепловом балансе, так и случайным характером падения тел и частиц на поверхность растущей планеты. Неоднородности температуры, являющиеся следствием случайного характера нагрева поверхностного слоя формирующихся Земли и Луны, сохраняются и эволюционируют во внутренних оболочках. Возникшие тепловые неоднородности от случайных ударов не успевают сгладиться за время аккумуляции планеты до 90% от их современной массы.

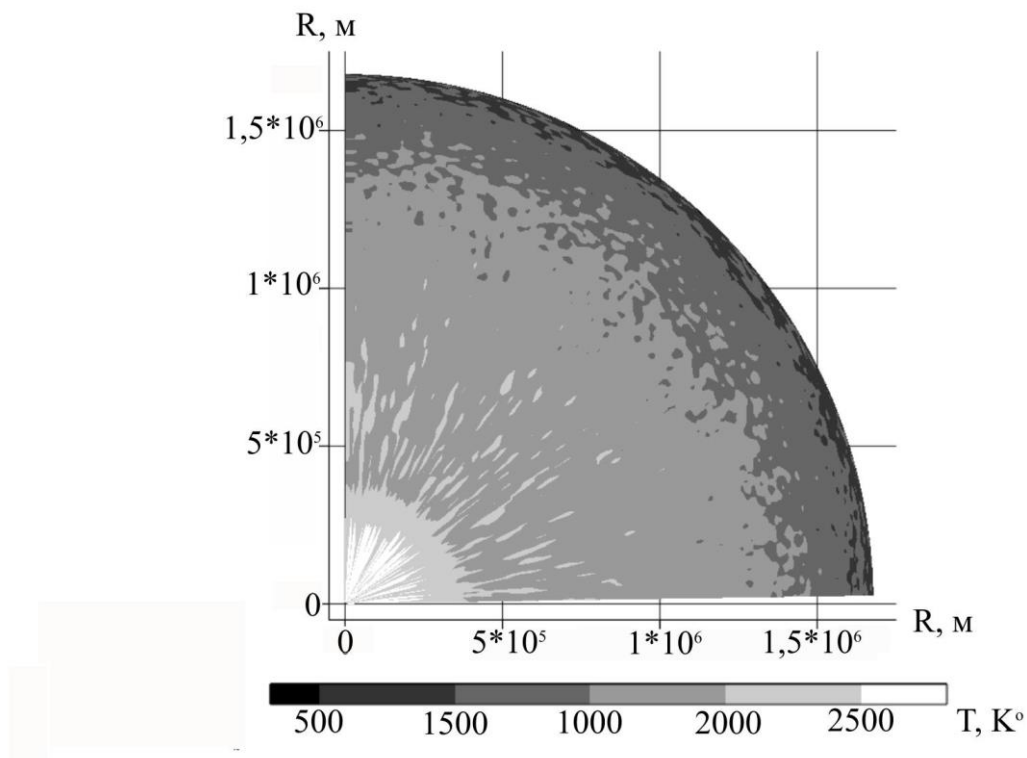
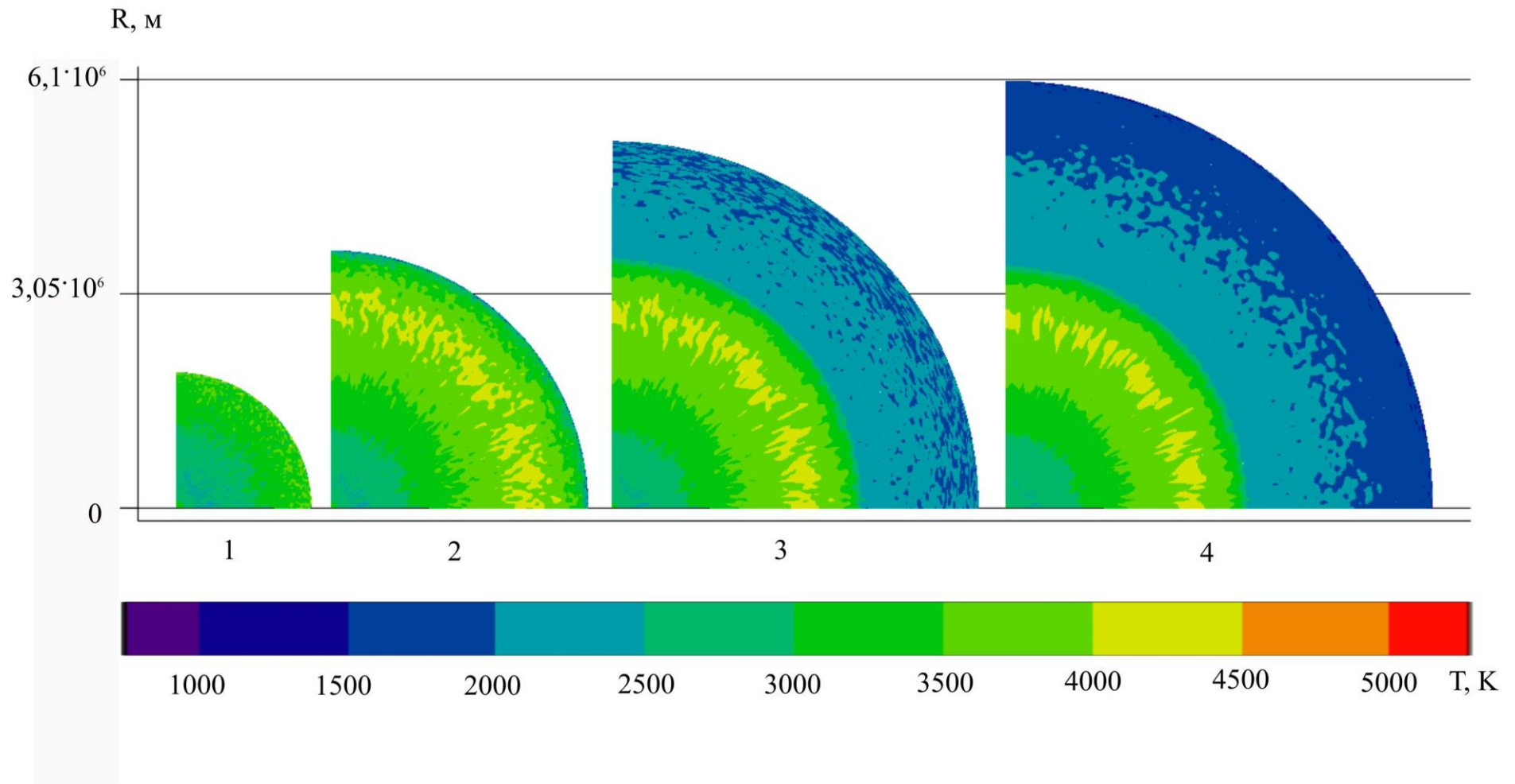


Рисунок 3.6 – Распределение температуры Луны, вычисленное для сферического сектора, внутри углов по долготе и широте 90° [Антипин, 2014].

На Рисунке 3.7 приведены разрезы сферического сектора последовательно растущей Земли. Варианты распределение температуры для последовательно растущей Земли позволяют проследить образование и дальнейшую динамику трехмерных неоднородностей по температуре,

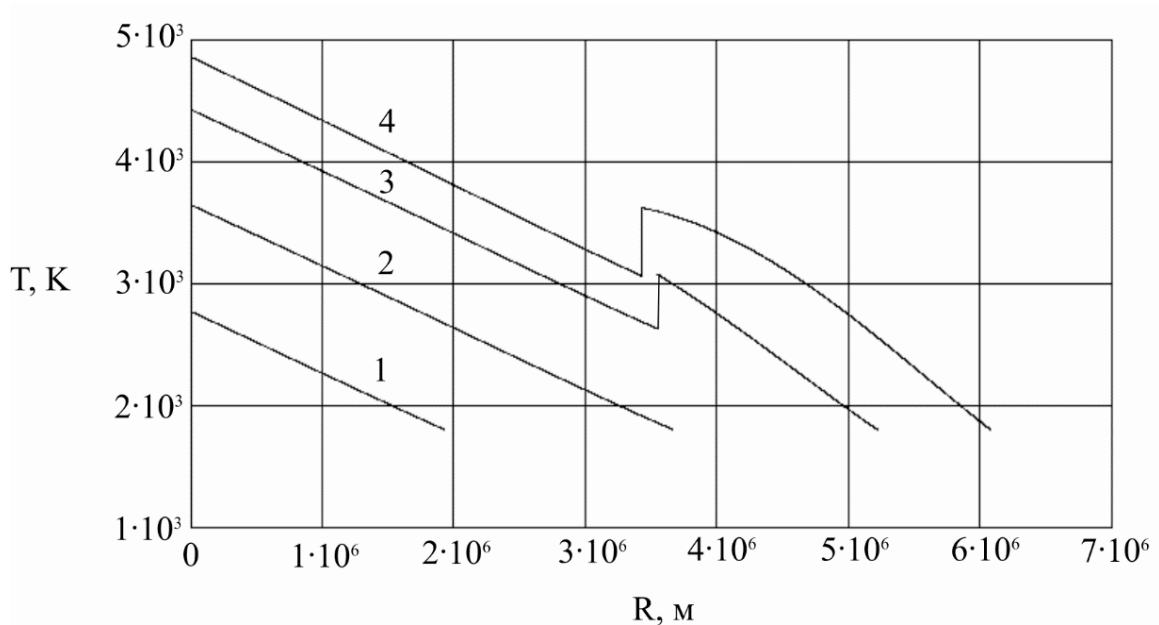


1 – 1930 км, 2 – 3670 км, 3 – 5220 км, 4 – 6080 км.

Рисунок 3.7 – Распределение температуры Земли для разных значений достигнутого радиуса [Антипин, 2015].

возникающих за счет случайного характера падения тел и частиц на поверхность растущей планеты.

На Рисунке. 3.8 для тех же этапов роста даны распределение температуры плавления. Из сопоставления результатов, представленных на Рисунке 3.7 и Рисунке 3.8, можно проследить области расплава в растущей Земле. Так, на начальном этапе роста, растущая планета была почти полностью расплавлена. На завершающем этапе роста планеты можно наблюдать слой расплава во внешнем ядре, имеющий также неоднородную тепловую структуру. Такое распределение температуры во внешнем ядре может служить причиной конвективных потоков в нем и формирует неоднородную по мощности переходную зону ядро-мантия. Такая особенность распределения тепла может послужить причиной возникновения процессов тепломассопереноса в мантии Земли.



1 – 1930 км, 2 – 3670 км, 3 – 5220 км, 4 – 6080 км.

Рисунок 3.8 – Распределение температуры плавления для разных значений достигнутого радиуса [Антипин, 2015].

Сопоставляя результаты распределения температуры и распределение температуры плавления во внутренних областях Луны, представленных на

Рисунке 3.6 и Рисунке 3.8 соответственно, можно сделать вывод что луна была частично расплавлена к концу аккумуляции. Этот результат согласуется с выводами, сделанными в работе [Левин, Маева, 1975; Kaula, 1971] что луна прошла через стадию интенсивной магматической дифференциации которая происходила одновременно с её ростом.

Также для данной модели Земли, получены оценки распределения гидростатического давления, температуры плавления в зависимости от давления и варианты распределения температуры для последовательно увеличивающихся размеров растущей планеты.

Выводы

Полученные возможные варианты распределения температуры во внутренних областях Земли и Луны в шаровом секторе с углами 90° для разных значений достигнутой массы позволяют оценить в первом приближении тепловую эволюцию в период аккумуляции Земли и Луны.

Неоднородное распределение температуры в формирующихся внешних оболочках планеты, являющихся следствием случайного распределения выпадающих на поверхность тел и частиц, образуют значительные неоднородности теплового поля и не успевают сгладиться за время аккумуляции до 90% от их современной массы.

Неоднородную тепловую структуру, во внутренних областях Земли можно рассматривать как начальные условия для решения соответствующей трёхмерной динамической задачи термической эволюции Земли и Луны в течении их геологической истории.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. В результате анализа опубликованных работ обоснована необходимость исследования тепловой эволюции при аккумуляции Земли и Луны.

2. Выполнено математическое описание тепловой эволюции для моделей внутренних областей Земли и Луны во время их аккумуляции, учитывая адиабатическое сжатие, задачу Стефана и случайное распределение падающих тел на поверхность растущих Земли и Луны.

3. Реализован численный алгоритм решения поставленной задачи для трёхмерного сферического тела увеличивающегося радиуса и в интегрированной среде разработок программного обеспечения Microsoft Visual Studio 2010 (лицензионное программное обеспечение, предоставленное ИГФ УрО РАН, MSDN подписка «DreamSpark Premium», №20200871) на языке Visual C++, с использованием открытого стандарта распараллеливания программ OpenMP реализован в виде программы для ЭВМ.

4. Получены возможные варианты распределения температуры в моделях внутренних областей Земли и Луны в шаровом секторе с углами 90° для разных значений достигнутой массы.

5. Анализ результатов показал, что неоднородное распределение температуры в формирующихся внешних оболочках планеты, являющихся следствием случайного распределения выпадающих на поверхность тел и частиц, образуют значительные неоднородности теплового поля, которые сохраняются по крайней мере до завершения активного этапа аккумуляции.

6. Вычисленные результаты можно рассматривать как начальные условия для решения соответствующей трёхмерной динамической задачи термической эволюции Земли и Луны в течении ее геологической истории.

7. Результаты исследование тепловой эволюции получены для довольно идеализированной модели. Для более уверенных выводов

необходимы дальнейшие уточнение модели тепловой эволюции в направлении ударного кратерообразования и гравитационной дифференциации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Антипин А.Н. Численное моделирование динамики слоя расплава во внутренних областях на стадии аккумуляции Земли / А.Н. Антипин // XIII Уральская молодёжная научная школа по геофизике. Сборник докладов – Екатеринбург: ИГф УрО РАН, 2012. – С. 7-9.
2. Антипин А.Н. Учет адиабатического сжатия при формировании температуры земли в одномерной модели её аккумуляции / А.Н. Антипин // XIV Уральская молодёжная научная школа по геофизике. Сборник научных материалов – Пермь: ГИ УрО РАН, 2013. – С. 10-14.
3. Антипин А.Н. Реализация трёхмерного алгоритма процесса аккумуляции луны / А.Н. Антипин // XV Уральская молодёжная научная школа по геофизике. Сборник докладов – Екатеринбург: ИГф УрО РАН, 2014. – С. 14-16.
4. Антипин А.Н. Модель трёхмерного распределения температуры при аккумуляции земли с учётом адиабатического сжатия и случайного распределения падающих тел / А.Н. Антипин // Мониторинг. Наука и технологии. – 2015. – №. 4. – С. 16-20.
5. Антипин А.Н. Решение задачи теплопереноса при аккумуляции земли в 3D модели с учётом адиабатического сжатия и случайного распределения падающих тел / А.Н. Антипин // XVI Уральская молодёжная научная школа по геофизике. Сборник научных материалов – Пермь: ГИ УрО РАН, 2015. – С. 10-14.
6. Анфилогов В.Н. Возможный вариант дифференциации вещества на начальном этапе формирования Земли / В.Н. Анфилогов, Ю.В. Хачай // Доклады Академии наук. – 2005. – Т. 403. – №. 6. – С. 803-806.
7. Анфилогов В.Н. Механизм формирования ядра и силикатных оболочек Земли / В.Н. Анфилогов, Ю.В. Хачай // Глубинный магматизм, его источники и плюмы. – 2008. – С. 14-24.

8. Анфилогов В.Н. Эволюция ядра и силикатных оболочек в процессе гетерогенной аккумуляции Земли / В.Н. Анфилогов, Ю.В. Хачай // Литосфера. – 2013. – №. 4. – С. 146-153.

9. Анфилогов В.Н. О взаимосвязи составов вещества луны, первичной земной коры и мантии / В.Н. Анфилогов, Ю.В. Хачай, А.Н. Антипин // Литосфера. – 2015. – №. 1. – С. 109-115.

10. Берковский Б.М. Разностные методы исследования задач теплообмена / Б.М. Берковский, Е.Ф. Ноготов. – Минск: Наука и техника, 1976. – 144 с.

11. Будаков Б.М. Разностный метод со сглаживанием коэффициентов для решения задач Стефана / Б.М. Будаков, Е.Н. Соловьева, А.Б. Успенский // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 1965. – Т. 5. – №. 5. – С. 828-840.

12. Буллен К.Е. Плотность Земли / К.Е. Буллен. – М.: Мир, 1978. – 442 с.

13. Витязев А.В. Планеты земной группы: Происхождение и ранняя эволюция. / А.В. Витязев, Г.В. Печерникова, В.С. Сафронов – М.: Наука: Физматлит, 1990. – 296 с.

14. Витязев А. В. Тепловые взрывы в ранней Земле / А.В. Витязев // Физика горения и взрыва. – 2004. – Т. 40. – №. 6. – С. 121-125.

15. Витязев А.В. Происхождение геосфер: новые результаты и остающиеся проблемы / А.В. Витязев, Г.В. Печерникова // Вестник института геологии Коми научного центра Уральского отделения РАН. – 2004. – №. 1. – С. 7-11.

16. Галимов Э.М. О происхождении вещества луны / Э. М. Галимов // Геохимия. – 2004. – № 7. – С. 691-706.

17. Галимов Э.М. Динамическая модель образования системы Земля-Луна /Э.М.Галимов, А.М. Кривцов, А.В. Забродин, М.С. Легкоступов, Т.М. Энеев, Ю.И. Сидоров // Геохимия. – 2005. – №. 11. – С. 1139-1150.

18. Жарков В.Н. Физика планетных недр / В.Н. Жарков, В.П. Трубицын. – М.: Наука, 1980. – 448 с.
19. Жарков В.Н. Внутреннее строение Земли и планет / В.Н. Жарков. – М.: Наука. – 1983. – 416 с.
20. Ипатов С.И. Твердотельная аккумуляция планет земной группы. / С.И. Ипатов // *Астрономический вестник*. – 1987. – Т. 21. – №. 3. – С. 207-215.
21. Калинин В.А. Источники тепла и их роль в тепловой эволюции Земли и литосферы / В.А. Калинин, Е.А. Любимова, О.И. Парфенюк // *Ядерно геофизические и геотермические исследования*. – Свердловск: УНЦ АН СССР – 1987. – С. 30-37.
22. Кронрод В.А. Определение химического состава, температуры и радиуса ядра Луны по геофизическим данным / В.А. Кронрод, О.Л. Кусков // *Геохимия*. – 1997. – Т. 2. – С. 134-142.
23. Кусков О. Л. Модель химической дифференциации Луны / О.Л. Кусков, В.А. Кронрод // *Петрология*. – 1998. – Т. 6. – №. 6. – С. 615-633.
24. Ландау Л.Д. Теоретическая физика. Гидродинамика / Л.Д. Ландау, Е.М. Лившиц // М.: Наука, 1986. – Т.6. – 736 с.
25. Левин Б.Ю. О термической истории Луны / Б.Ю. Левин // *Сборник "Новое о Луне"*. – М.: Изд. АН СССР – 1963.
26. Левин Б.Ю. Загадки происхождения и термической истории Луны / Б. Ю. Левин, С. В. Маева // *Космохимия Луны и планет*. – М.: Наука. – 1975. – С. 283-298.
27. Любимова Е.А. О нагревании земных недр в процессе образования Земли / Е.А. Любимова // *Изв. АН СССР, сер. геофиз.* – 1955. – №. 5. – С. 416-424.
28. Любимова Е.А. Термика Земли и Луны. / Е.А. Любимова – М.: Наука. – 1968. – 280 с.
29. Любимова Е.А. Модели термической эволюции Земли / Е.А. Любимова, С.В. Маева // *Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли*. – 1982. – №. 6. – С. 83-93.

30. Люстих Е.Н. О возможности использования теории акад. ОЮ Шмидта в геотектонике / Е.Н. Люстих // Докл. АН СССР. – 1948. – Т. 59. – №. 8. – С. 1417-1420.
31. Магницкий В.А. Внутреннее строение и физика Земли. / В.А. Магницкий – М.: Недра, 1965. – 380 с.
32. Маева С.В. О термической истории Земли / С.В. Маева // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1967. – №. 3. – С. 3-17.
33. Печерникова Г.В. Время роста Земли / Г.В. Печерникова // Доклады Академии наук. – 2005. – Т. 401. – №. 3. – С. 391-394.
34. Печерникова Г.В. Происхождение малых тел, их эволюционная взаимосвязь / Г.В. Печерникова, Д.О. Глазачев, А.В. Витязев // Катастрофические воздействия космических тел. – М.: Академкнига. – 2005. – С. 251-265.
35. Печерникова Г.В. Импаكتиты и эволюция ранней Земли / Г.В. Печерникова, А.В. Витязев // Катастрофические воздействия космических тел. – М.: ИКЦ «Академкнига. – 2005. – С. 251-265.
36. Рускол Е.Л. Происхождение Луны. / Е.Л. Рускол – М.: Наука. – 1975. – 188 с.
37. Самарский А.А. Экономичная схема сквозного счета для многомерной задачи Стефана / А.А. Самарский, Б.Д. Моисеенко // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 1965. – Т. 5. – №. 5. – С. 816-827.
38. Самарский А.А. Теория разностных схем / А.А. Самарский. – М.: Наука, 1977. – 656 с.
39. Самарский А.А. Вычислительная теплопередача / А.А. Самарский, П.Н. Вабищевич – М.: УРСС, 2003. – 784 с.
40. Сафронов В.С. О первоначальной температуре Земли / В.С. Сафронов // Изв. АН СССР, серия геофиз. – 1959. – №. 1. – С. 139-143.

41. Сафронов В.С. Размеры наибольших тел, падавших на планеты в процессе их образования / В.С. Сафронов // Астрон. журн. – 1965. – Т. 42. – №. 6. – С. 1270-1276.
42. Сафронов В.С. Исследование происхождения и начального состояния Земли: автореф. дис. ... д-ра физ.-мат. наук / Сафронов Виктор Сергеевич. – М. – 1967.
43. Сафронов В.С. Эволюция допланетного облака и образование Земли и планет. / В.С. Сафронов – М.: Наука. – 1969. – 168 с.
44. Сафронов В.С. Нагревание Земли ударами формировавших ее тел / В.С. Сафронов, С.В. Козловская // Физика Земли. – 1977. – Т. 1. – С. 3-17.
45. Сафронов В.С. Современное состояние теории происхождения Земли. / В.С. Сафронов // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1982. – Т. 6. – С. 5-24.
46. Светцов В.В. Воздействие ударов крупных космических тел на поверхность ранней Земли / В.В. Светцов, В.В. Шувалов // Доклады РАН. – 2005. – Т. 403. – № 6. – С. 812-814.
47. Стейси Ф. Физика Земли / Ф. Стейси. – М.: Мир, 1972. – 342 с.
48. Тихонов А.Н. Об эволюции зон плавления в термической истории Земли / А.Н. Тихонов, Е.А. Любимова, В.К. Власов // Докл. АН СССР. – 1969. – Т. 188. – №. 2. – С. 338-341.
49. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики: Учеб. пособие 6-е изд., исп. и доп. / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. – М.: Изд-во МГУ, 1999. – 799 с.
50. Фишер Д. Рождение Земли. / Д. Фишер. – М.: Мир. – 1990. – 262 с.
51. Хачай Ю.В. Дифференциация верхней мантии в процессе термической эволюции Земли / Ю.В. Хачай // Исследование гелиевых и тепловых полей Урала: сб. статей. – Свердловск: УНЦ АН СССР, 1980. – С. 24-33.

52. Хачай Ю.В. Численное моделирование распределения начальной температуры в Земле / Ю.В. Хачай // Ядерно геофизические и геотермические исследования: сб. науч. тр. – Свердловск: УНЦ АН СССР – 1987. – С 38-44.

53. Хачай Ю.В. О влиянии первичной атмосферы на распределение температуры в земле при ее аккумуляции. / Ю.В. Хачай, А.Н. Антипин, В.Н. Анфилогов // Уральский геофизический вестник. – 2012. – №. 2. – С. 54-59.

54. Хачай Ю.В. О возможном влиянии первичной атмосферы на распределение температуры в Земле при её аккумуляции / Ю.В. Хачай, В.Н. Анфилогов, А.Н. Антипин // Физика Космоса. Труды 41-й международной студенческой научной конференции – Екатеринбург: Изд-во Уральского университета, 2012 – С. 177-185.

55. Хачай Ю.В. 3D-модель эволюции тепловых неоднородностей в ядре Земли на этапе ее аккумуляции / Ю.В. Хачай, В.Н. Анфилогов, А.Н. Антипин // Седьмые научные чтения Ю.П. Булашевича. Глубинное строение, геодинамика, тепловое поле Земли, интерпретация геофизических полей. Материалы конференции – Екатеринбург, 2013. – С. 321-323.

56. Хачай Ю.В. Численное моделирование распределения температуры на стадии аккумуляции Земли в 3D модели и особенности её первичной минерализации / Ю.В. Хачай, А.Н. Антипин, В.Н. Анфилогов // Уральский геофизический вестник. – 2014. – №1. – С. 81-85.

57. Хачай Ю.В. Формирование Земли и особенности минерализации ранней коры / Ю.В. Хачай, В.Н. Анфилогов, А.Н. Антипин // Геология и полезные ископаемые четвертичных отложений. – Минск, 2014. – С. 39-40.

58. Хачай Ю.В. Результаты численного 3D моделирования распределения температуры в оболочках луны в процессе её аккумуляции / Ю.В. Хачай, А.Н. Антипин // Мониторинг. Наука и технологии. – 2014. – № 1. – С. 28-32.

59. Хачай Ю.В. Механизмы конвекции в растущем ядре земли и их проявление в остаточной намагниченности земных метеоритов / Ю.В. Хачай, В.Н. Анфилогов, А.Н. Антипин // Восьмые научные чтения Ю.П. Булашевича.

Глубинное строение, геодинамика, тепловое поле Земли, интерпретация геофизических полей: Материалы конференции – Екатеринбург, 2015. – С. 350-353.

60. Шмидт О.Ю. Метеоритная теория происхождения Земли и планет / О.Ю. Шмидт // Докл. АН СССР. – 1944. – Т. 45. – №. 6. – С. 245-249.

61. Шмидт О.Ю. Астрономический возраст Земли / О.Ю. Шмидт // Докл. АН СССР. – 1945. – Т. 46. – №. 6. – С. 392-396.

62. Яненко Н. Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики / Н.Н. Яненко – Новосибирск: Наука, 1967. – 196 с.

63. Abe Y. Thermal and chemical evolution of the terrestrial magma ocean / Y. Abe // Physics of the Earth and Planetary Interiors. – 1997. – Т. 100. – №. 1. – С. 27-39.

64. Agnor C.B. On the character and consequences of large impacts in the late stage of terrestrial planet formation / C.B. Agnor, R.M. Canup, H.F. Levison // Icarus. – 1999. – Т. 142. – №. 1. – С. 219-237.

65. Amelin Y., Krot A. Pb isotopic age of the Allende chondrules / Y. Amelin, A. Krot // Meteoritics and Planetary Science. – 2007. – Т. 42. – С. 1321-1335.

66. Anfilogov V.N. Some Aspects of the Formation of the Solar System / V.N. Anfilogov, Y.V. Khachay // Springer International Publishing, 2015. – 75 с.

67. Benz W. The origin of the Moon and the single-impact hypothesis I / W. Benz, W. L. Slattery, A.G. Cameron // Icarus. – 1986. – Т. 66. – №. 3. – С. 515-535.

68. Benz W. The origin of the Moon and the single-impact hypothesis, II / W. Benz, W.L. Slattery, A.G. Cameron // Icarus. – 1987. – Т. 71. – №. 1. – С. 30-45.

69. Cameron A.G.W. The origin of the Moon / A.G.W. Cameron, W.R. Ward // Lunar and Planetary Science Conference. – 1976. – Т. 7. – С. 120.

70. Cameron A.G.W. The origin of the Moon and the single impact hypothesis IV / A.G.W. Cameron, W. Benz // *Icarus*. – 1991. – T. 92. – №. 2. – С. 204-216.

71. Canup R.M. Simulations of a late lunar-forming impact / R.M. Canup // *Icarus*. – 2004. – T. 168. – №. 2. – С. 433-456.

72. Chambers J.E. Making the terrestrial planets: N-body integrations of planetary embryos in three dimensions / J.E. Chambers, G.W. Wetherill // *Icarus*. – 1998. – T. 136. – №. 2. – С. 304-327.

73. Clark S.P. Model for the early history of the earth / S.P. Clark, K.K. Turekian, L. Grossman // *The nature of the solid Earth*. – 1972. – С. 3-18.

74. Connelly J.N. Chronology of the solar system's oldest solids / J.N. Connelly, Y. Amelin, A.N. Krot, M. Bizzarro // *The Astrophysical Journal Letters*. – 2008. – T. 675. – №. 2. – С. 121.

75. Hanks T.C. The early thermal history of the Earth / T.C. Hanks, D.L. Anderson // *Physics of the Earth and Planetary Interiors*. – 1969. – T. 2. – №. 1. – С. 19-29.

76. Hartmann W.K. Satellite-sized planetesimals and lunar origin / W.K. Hartmann, D.R. Davis // *Icarus*. – 1975. – T. 24. – №. 4. – С. 504-515.

77. Hayashi C. Earth is melting due to the blanketing effect of the primordial dense atmosphere / C. Hayashi, K. Nakazawa, H. Mizuno // *Earth and Planetary Science Letters*. – 1979. – T. 43. – №. 1. – С. 22-28.

78. Iriyama J., Shimazu Y. A note on the thermal history of the moon / J. Iriyama, Y. Shimazu // *Icarus*. – 1967. – T. 6. – №. 1. – С. 453-457.

79. Itoh S. Contemporaneous formation of chondrules and refractory inclusions in the early Solar System / S. Itoh, H. Yurimoto // *Nature*. – 2003. – T. 423. – №. 6941. – С. 728-731.

80. Jacobsen S. B., Yin Q. Hf-W, accretion of the Earth, core formation and the origin of the Moon / S. B. Jacobsen, Q. Yin // *Lunar and Planetary Science Conference*. – 2003. – T. 34. – С. 1913.

81. Kaula W.M. Dynamical aspects of lunar origin / W.M. Kaula // *Reviews of Geophysics*. – 1971. – T. 9. – №. 2. – C. 217-238.
82. Kaula W.M. Thermal evolution of Earth and Moon growing by planetesimal impacts. / W.M. Kaula // *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*. – 1979. – T. 84. – №. B3. – C. 999-1008.
83. Khachay Y.V. About the temperature distribution in the Earth on it's accumulation stage / Y.V. Khachay, V.N. Anfilogov // *EGU General Assembly Conference Abstracts*. – 2009. – T. 11. – C. 3702.
84. Khachay Y. About the Influence of the initial Atmosphere on the Earth's Temperature Distribution during it's Accumulation / Y. Khachay, V. Anfilogov, A. Antipin // *EGU General Assembly Conference Abstracts*. – 2012. – T. 14. – C. 1275.
85. Khachay Y., Anfilogov V. Numerical Results of Earth's Core Accumulation 3-D Modelling / Y. V. Khachay, V. N. Anfilogov // *EGU General Assembly Conference Abstracts*. – 2013. – T. 15. – C. 51.
86. Khachay Y. Numerical Results of 3-D Modeling of Moon Accumulation / Y. Khachay, V. Anfilogov, A. Antipin // *EGU General Assembly Conference Abstracts*. – 2014. – T. 16. – C. 1011.
87. Khachay Y. Realization of thermal Convection into the initial Earth's Core on the Stage of planetary Accumulation / Y. V. Khachay // *EGU General Assembly Conference Abstracts*. – 2015. – T. 17. – C. 2241.
88. Kleine T. Early core formation in asteroids and late accretion of chondrite parent bodies: Evidence from ^{182}Hf - ^{182}W in CAIs, metal-rich chondrites, and iron meteorites / T. Kleine, K. Mezger, H. Palme, E. Scherer, C. Münker // *Geochimica et Cosmochimica Acta*. – 2005. – T. 69. – №. 24. – C. 5805-5818.
89. Kleine T. Hf–W chronology of the accretion and early evolution of asteroids and terrestrial planets / T. Kleine, M. Touboul, B. Bourdon, F. Nimmo, K. Mezger, H. Palme, S. B. Jacobsen, Q.-Z. Yin, A. N. Halliday // *Geochimica et Cosmochimica Acta*. – 2009. – T. 73. – №. 17. – C. 5150-5188.
90. Krot A.N. Origin and chronology of chondritic components: A review / A.N. Krot, Y. Amelin, P. Bland, F.J. Ciesla, J. Connelly, A.M. Davis, G.R. Huss,

I.D. Hutcheon, K. Makide, K. Nagashima, L.E. Nyquist, S.S. Russell, E.R.D. Scott, K. Thrane, H. Yurimoto, Q.-Z. Yin // *Geochimica et Cosmochimica Acta*. – 2009. – T. 73. – №. 17. – C. 4963-4997.

91. Lee W.H.K. *Thermal history of the earth*. / W.H.K. Lee – University of California. – 1967.

92. Lee T. Demonstration of ^{26}Mg excess in Allende and evidence for ^{26}Al / T. Lee, D. A. Papanastassiou, G.J. Wasserburg // *Geophysical Research Letters*. – 1976. – T. 3. – №. 1. – C. 41-44.

93. Lubimova E.A. *Theory of thermal state of the Earth's mantle* / E.A. Lubimova // *The Earth's mantle*. – 1967. – №. 4.

94. MacDonald G.J.F. *Calculations on the thermal history of the earth* / G.J.F. MacDonald // *Journal of Geophysical Research*. – 1959. – T. 64. – №. 11. – C. 1967-2000.

95. MacDonald G.J.F. *The Moon and its interior* / G.J.F. MacDonald // *Astronautics*. – 1962. – T. 7. – №. 7. – C. 14-18.

96. Merk R. Numerical modeling of ^{26}Al -induced radioactive melting of asteroids considering accretion / R. Merk, D. Breuer, T. Spohn // *Icarus*. – 2002. – T. 159. – №. 1. – C. 183-191.

97. Nichols Jr R.H. Short-lived radionuclides in meteorites: constraints on nebular timescales for the production of solids / Jr R.H. Nichols // *Space Science Reviews*. – 2000. – T. 92. – №. 1-2. – C. 113-122.

98. Nyquist L.E. The distribution of short-lived radioisotopes in the early solar system and the chronology of asteroid accretion, differentiation, and secondary mineralization / L.E. Nyquist, T. Kleine, C.-Y. Shih, Y.D. Reese // *Geochimica et Cosmochimica Acta*. – 2009. – T. 73. – №. 17. – C. 5115-5136.

99. Ouellette N. Injection mechanisms of short-lived radionuclides and their homogenization / N. Ouellette, S.J. Desch, M. Bizzarro, A.P. Boss, F. Ciesla, B. Meyer // *Geochimica et Cosmochimica Acta*. – 2009. – T. 73. – №. 17. – C. 4946-4962.

100. Oversby V.M. Time of formation of the Earth's core. / V.M. Oversby, A.E. Ringwood // *Nature*. – 1971. – T. 234. – C. 463-465.

101. Fricker P.E. Effects of melting upon thermal models of the earth. / P.E. Fricker, R.T. Reynolds, A.L. Summers // *Journal of Geophysical Research*. – 1966. – T. 71. - №. 2. – C. 573-582.

102. Fricker P.E. On the thermal history of the moon / P.E. Fricker, R.T. Reynolds, A.L. Summers // *Journal of Geophysical Research*. – 1967. – T. 72. – №. 10. – C. 2649-2663.

103. Safronov V.S. The heating of the Earth during its formation / V.S. Safronov // *Icarus*. – 1978. – T. 33. – №. 1. – C. 3-12.

104. Scherstén A. Hf–W evidence for rapid differentiation of iron meteorite parent bodies / A. Scherstén, T. Elliott, C. Hawkesworth, S. Russell, J. Masarik // *Earth and Planetary Science Letters*. – 2006. – T. 241. – №. 3. – C. 530-542.

105. Stolper E. Crystallization sequences of Ca-Al-rich inclusions from Allende: An experimental study / E. Stolper // *Geochimica et Cosmochimica Acta*. – 1982. – T. 46. – №. 11. – C. 2159-2180.

106. Taylor S.R. The unique lunar composition and its bearing on the origin of the Moon / S. R. Taylor // *Geochimica et Cosmochimica Acta*. – 1987. – T. 51. – №. 5. – C. 1297-1309.

107. Turekian K.K. Inhomogeneous accumulation of the earth from the primitive solar nebula / K.K. Turekian, S.P. Clark // *Earth and Planetary Science Letters*. – 1969. – T. 6. – №. 5. – C. 346-348.

108. Vollmer R. Terrestrial lead isotopic evolution and formation time of the Earth's core / R. Vollmer // *Nature*. – 1977. – T. 270. – C. 144-147.

109. Walter M.J. Early earth differentiation / M.J. Walter, R.G. Trønnes // *Earth and Planetary Science Letters*. – 2004. – T. 225. – №. 3. – C. 253-269.

110. Wetherill G.W. Occurrence of giant impacts during the growth of the terrestrial planets / G.W. Wetherill // *Science*. – 1985. – T. 228. – №. 4701. – C. 877-879.