УДК 550.8.053

АНАЛИЗ РАЗЛИЧНЫХ МЕТОДОВ ТРАНСФОРМАЦИИ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ

Мартышко П.С., Пьянков В.А., Рублев А.Л. – Институт геофизики УрО РАН, Екатеринбург

Аннотация. Проведен сравнительный количественный анализ двух методов трансформации геомагнитного поля. Представлены алгоритмы решения задачи по определению составляющих геофизических полей для трехмерной неоднородной среды с крутопадающими аномальными объектами. Показана правомерность использования методов факторного анализа для предварительной интерпретации наблюденного поля.

Магнитное поле, факторный анализ, обратная задача.

ANALYSIS OF DIFFERENT METHODS OF GEOPHYSICAL FIELDS TRANSFORMATIONS

Martyshko P.S., Pyankov V.A., Rublev A.L. – Institute of Geophysics UB of RAS, Yekaterinburg

Abstract. A comparative quantitative analysis of the two methods of the geomagnetic field transformation was performed. Algorithms of solving the problem to determine the components of gravity and magnetic fields for three-dimensional heterogeneous media with steeply dipping anomalous objects have been presented. The validity of using factor analysis methods for pre-interpretation of the observed field was shown.

Magnetic field, factor analysis, inverse problem.

Введение

Под трансформацией геофизических полей мы понимаем некую математическую процедуру, позволяющую вычислять соответствующую составляющую поля, характеризующую источник, ее порождающий. Использование подобных трансформаций позволяет учесть влияние геологических тел с определенной структурой на морфологию вычисленных компонент, а также решать обратные задачи грави-магнитометрии. В работе рассматриваются вопросы построения алгоритмов для определения составляющих магнитного поля Земли.

Результаты исследований

Рассмотрим особенности применения различных методов трансформации при разделении магнитного поля от крутопадающих аномальных объектов. Исследуем эффективность различных методов трансформации на примере железорудного месторождения Копотки (Казахстан, данные О.А. Кусонского) (рис. 1).

Для сравнения эффективности методов проведен пересчет поля на разные высоты (Мартышко, Пруткин, 2003) с целью разделения источников магнитного поля (рис. 2).

Для решения этой задачи применялась следующая методика. Поле сначала продолжалось вверх на уровень H, при этом влияние приповерхностных источников если и не устраняется совсем, то значительно ослабевает. Далее пересчитанное вверх поле продолжается вниз на глубину $-H$. Считается, что в этом случае мы окончательно избавляемся от влияния источников в слое $(0, -H)$. Все дело в том, что, во-первых, необходимо знать высоту пересчета H, во-вторых, при пересчете вниз используется коэффициент регуляризации, величина которого выбирается достаточно произвольно. При этом также происходит сглаживание поля (высокочастотная фильтрация) (рис. 3).

В нашем случае получилось, что поле приповерхностных источников суммировалось с частью глубинной составляющей магнитного поля, т. е. происходило сглаживание, а не разделение поля (рис. 4).

Нами предпринята попытка использовать методику факторного анализа для разделения магнитного поля, созданного

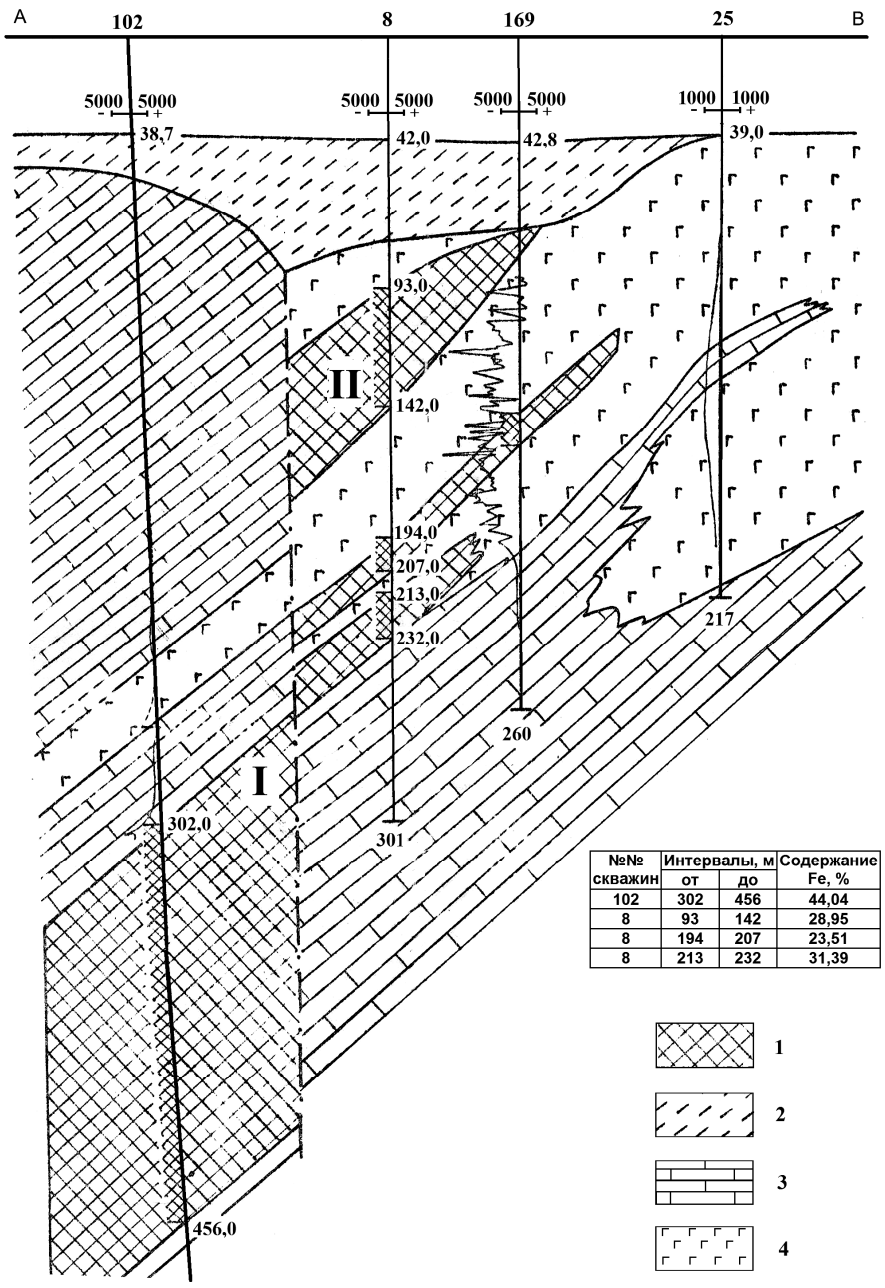

Рис. 1. Геологический разрез месторождения Копотки (по О.А. Кусонскому),
1 – железная руда, 2 – рыхлые отложения, 3 – известняки, 4 – базальтовые порфириты.
I – глубинный аномальный объект, II – приповерхностный аномальный объект.

системой крутопадающих аномальных объектов, расположенных друг под другом. Ранее методы факторного анализа успешно применялись при статистической обработке геолого-геофизической информации. Достаточно подробно плюсы и минусы такого применения проанализированы ранее (Аронов, Страхов, 1985). Чтобы показать особенности использования методики факторного анализа при интерпретации потенциальных полей, попытаемся раскрыть сущность этой методики.

Факторный анализ представляет собой набор моделей и методов, предназначенных для сжатия информации, содержащейся в исходной матрице, из которой формируется матрица коэффициентов корреляции r_{ij}. Пирсон предложил эвристический метод сжатия большого массива информации с одновременным выделением максимальной дисперсии, а позднее Хотеллинг развил эту идею, создав метод главных компонент (Харман, 1972).

$$z_j = a_{j1}F_1 + a_{j2}F_2 + ... + a_{jn}F_n, \qquad (1)$$

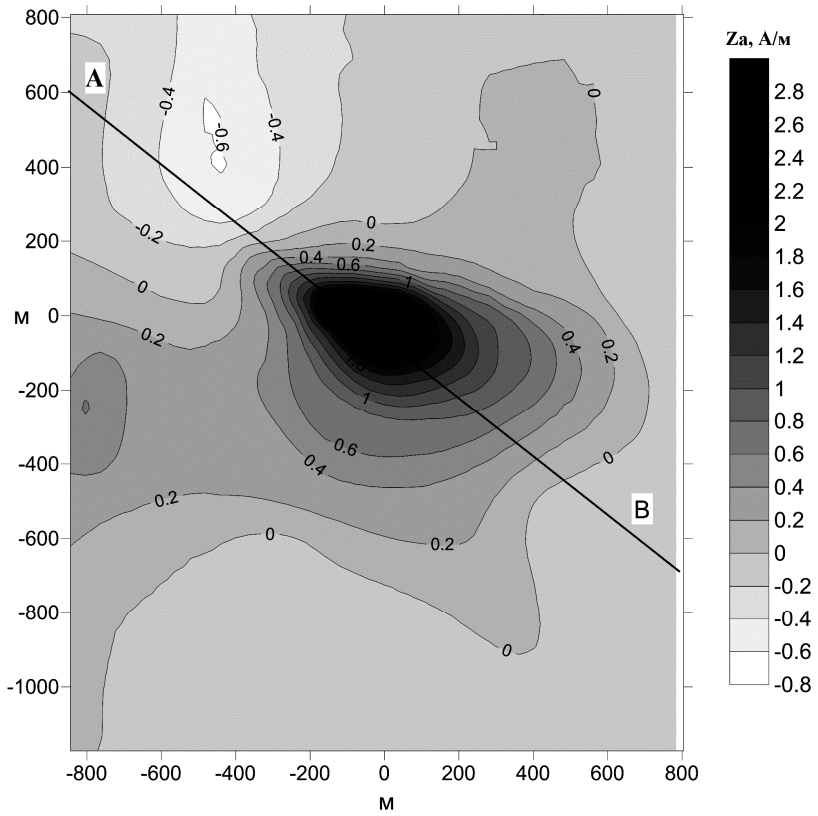

Рис. 2. Магнитное поле, наблюденное на месторождении Копотки:
А-В – линия геологического разреза

где каждый из наблюденных параметров линейно зависит от n некоррелированных между собой новых компонентов (факторов) $F_1, F_2,\ldots F_n$.

Поскольку элементами, использующимися в вычислениях, являются коэффициенты парной корреляции, то рассмотрим сущность этих коэффициентов. Известно, что произведение матрицы $\boldsymbol{Z}$ на транспонированную $\boldsymbol{Z}^T$ равно произведению корреляционной матрицы $\boldsymbol{R}$ на скаляр N:

$$\boldsymbol{Z}\,\boldsymbol{Z}^T = N\boldsymbol{R}. \qquad (2)$$

Из этого следует: если m – ранг матрицы $\boldsymbol{Z}$, то ранг матрицы $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{Z}\,\boldsymbol{Z}^T$ равен также m. Иными словами, ранг корреляционной матрицы равен рангу матрицы наблюденных данных. В работе (Харман, 1972)

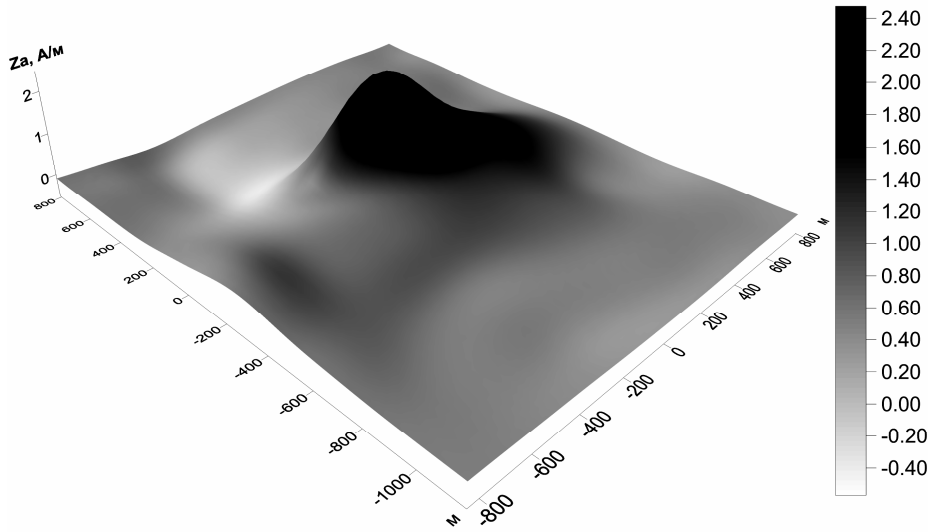

Рис. 3. Магнитное поле от глубинных источников (ниже -200 м)

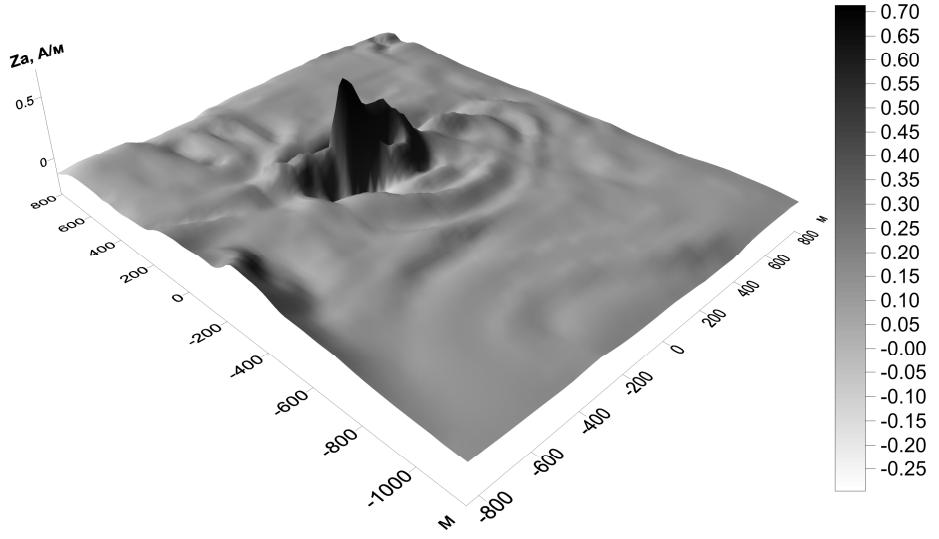

Рис. 4. Магнитное поле от слоя (0, -200 м)

сформулировано более сильное утверждение относительно взаимосвязи между двумя матрицами (в том числе между матрицей вычисленных коэффициентов корреляции и факторной матрицей) и доказана теорема:

«*Теорема 1. Если* $\boldsymbol{Z}$ *есть n N – матрица ранга m с действительными элементами, то* $\boldsymbol{Z Z^T = R}$ *является положительно полуопределенной симметрической матрицей Грама ранга m».*

Таким образом, любое свойство параметров, связанное с рангом матрицы $\boldsymbol{Z}$, может быть установлено и с помощью матрицы $\boldsymbol{R}$. А n параметров могут быть выражены как линейные комбинации не менее чем m факторов, где m – ранг корреляционной матрицы параметров. Набор из n параметров можно анализировать в терминах общих факторов (тогда на главной диагонали матрицы $\boldsymbol{R}$ стоят единицы). В этом случае, как сказано выше, $\boldsymbol{R}$ есть матрица Грама, а факторное решение

$$z = A f \qquad (3)$$

дается в терминах n общих факторов. Поскольку здесь $\boldsymbol{A}$ есть квадратная невырожденная матрица, то она имеет обратную матрицу. Поэтому искомые факторы определяются просто:

$$f = A^{-1} z \qquad (4)$$

Это решение является точным и однозначным и не связано ни с какими «оценками».

Таким образом, если мы проводим разделение магнитного поля методом главных компонент, то получаем для этого случая единственное решение. Хотя, естественно, для каждой составляющей поля (в рамках источниковых моделей) остаются свои эквивалентные решения.

Рассмотрим особенности применения факторного анализа при разделении магнитного поля крутопадающих аномальных объектов на примере железорудного месторождения Копотки (Казахстан) (рис. 5, 6).

В результате трансформации исходных данных получено двухфакторное решение, то есть исследуемая матрица геомагнитных данных имеет ранг, равный 2. Таким образом, как и следует из исходного материала (геологический разрез), каждый, ранее называвшийся латентным, фактор соответствует полю одного из двух намагниченных объектов при факторной нагрузке a=1.

Предлагаемая методика не требует предварительного задания модели среды, поскольку полное факторное решение представляет собой источникоориентированную трансформацию поля. Причем, в двух полученных факторах, в отличие от методов пересчета, сохраняются все

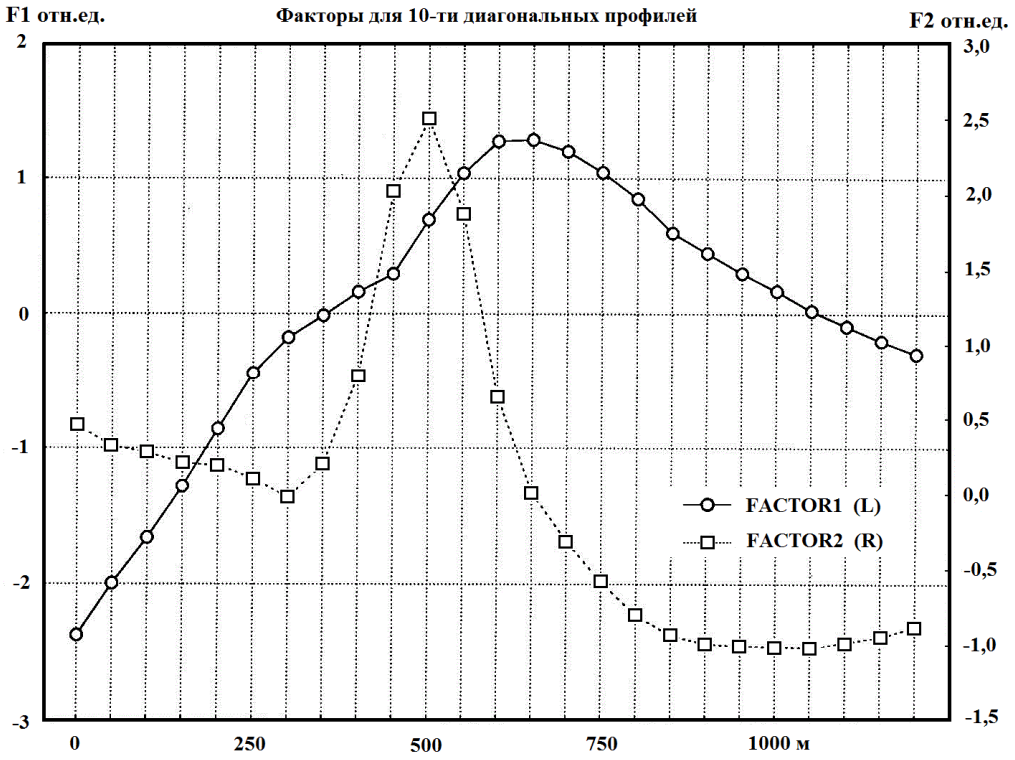

Рис. 5. Пространственное распределение факторов на месторождении Копотки

высокочастотные особенности полей (за исключением «белого шума», исчезающего при вычислении коэффициентов корреляции).

Заключение

Таким образом, методика факторного анализа показала высокую эффективность при разделении магнитного поля от крутопадающих аномальных объектов. Показана единственность решения задачи разделения поля на составляющие. Кроме того, такая трансформация (в отличие от пересчетов на высоту) позволяет существенно экономить время счета и не требует применения высокопроизводительных вычислительных средств.

Исследования выполнены в рамках проекта 12-П-15-2019 Уральского отде-

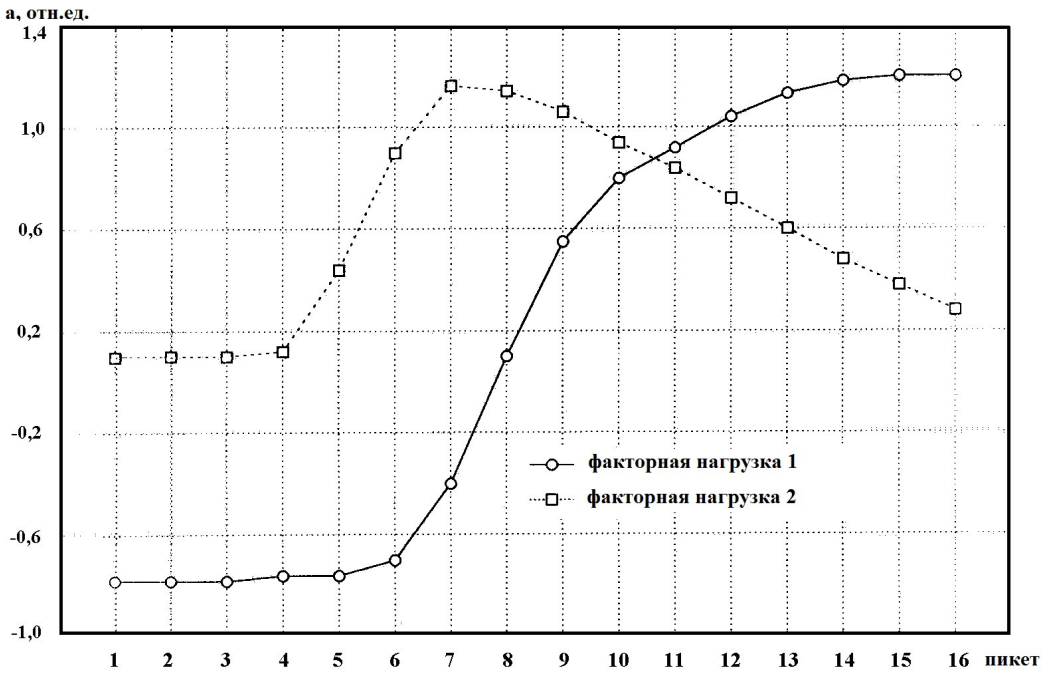

Рис. 6. Факторные нагрузки для магнитного поля месторождения Копотки.

ления РАН. При построении моделей использовались компьютерные технологии, основанные на алгоритмах решения обратных задач магнитометрии, разработанные в Институте геофизики УрО РАН.

Алгоритмы и комплекс программ для интерпретации магнитных полей созданы при финансовой поддержке РФФИ, проект 12-05-00481-а.

Литература

Аронов В.А., Страхов В.Н. О применении факторного анализа в геологии // Геология и геофизика. 1985. № 8. С. 133–142.

Мартышко П.С., Пруткин И.Л. Технология разделения источников гравитационного поля по глубине // Геофизический журнал. 2003. Т. 25. № 3. С. 159–168.

Харман Г. Современный факторный анализ. М.: Статистика, 1972. 350 с.