УДК 550.838

МЕТОД НАХОЖДЕНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ НАМАГНИЧЕННЫХ СЛОЕВ ЗЕМНОЙ КОРЫ

Мартышко П.С., Рублев А.Л., Федорова Н.В. – Институт геофизики УрО РАН, Екатеринбург

Аннотация. Описывается метод построения трехмерных моделей земной коры с использованием магнитных данных. Для решения структурной обратной задачи магнитометрии предлагается модифицированный итеративный метод локальных поправок. По магнитным данным построена трехмерная модель земной коры северо-восточного сектора Европы.

Магнитное поле, поверхности раздела, обратная задача.

THE METHOD OF EARTH CRUST MAGNETIZED LAYERS CONSTRUCTION

Martyshko P.S., Rublev A.L., Fedorova N.V. – Institute of Geophysics UB of RAS, Yekaterinburg

Abstract. In this paper we describe the method of construction Earth crust 3D models (magnetized layers) using magnetic data. We suggest modified iterative local corrections method for solving structure magnetic inverse problem. The North-East region of East European platform 3D-model magnetized Earth crust has been constructed.

Magnetic field, magnetized layers, inverse problem.

Введение

При изучении глубинного строения земной коры по геофизическим полям широко применяются модели горизонтально-слоистых сред. Поэтому разработка методов и компьютерных технологий для нахождения поверхности раздела между слоями с различными физическими свойствами является одной из важнейших задач. В настоящей работе описывается методика определения трехмерных поверхностей намагниченных слоев земной коры по магнитным полям.

Рассматривается трехмерная структурная обратная задача магнитометрии для слоистой среды. Предполагается, что нижнее полупространство состоит из нескольких слоев постоянной намагниченности J_l, разделенных поверхностями $l = 1,...,L$, где L – число границ раздела. Верхняя и нижняя поверхности слоев – горизонтальные и описываются уравнениями $z_1(x,y)=0$, $z_L(x,y)=H_M$. Требуется восстановить поверхности раздела слоев на основе данных о магнитной индукции $B(z)$, измеренной на некоторой площади.

Выделение магнитных аномалий в слоях земной коры

Поскольку обратная задача магнитометрии является некорректно поставленной, то непосредственное восстановление по суммарному полю нескольких контактных плоскостей технически и методически практически невозможно. Поэтому нами предлагается следующая последовательность решения обратной задачи магнитометрии для многослойной модели среды. В качестве нулевого приближения используется математическая модель последовательного определения границ раздела по разделенным аномалиям магнитного поля. В геофизической практике для разделения потенциальных полей на составляющие широко используются методы пересчета в верхнее и нижнее полупространство. Приведение полученных результатов на начальный уровень дает возможность разделять длинноволновые и коротковолновые составляющие амплитудного спектра аномалий, созданных литосферой.

Для выделения аномального поля от слоев земной коры в работе (Мартышко, Пруткин, 2003) была предложена следующая методика трансформации полей.

Введём декартову прямоугольную систему координат с осью Z, направленной вниз, плоскость XOY совпадает с дневной поверхностью.

Пересчет измеренного на площади $D = \{(x,y) \in R^2 : a \le x \le b, c \le y \le d\}$ земной поверхности поля $U(x,y,z)\big|_{z=0}$ вверх на уровень $z=-H$ реализуется по формуле Пуассона

$$U(x,y,-H) =$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty}\frac{H}{\left[(x-x')^2+(y-y')^2+H^2\right]^{3/2}}U(x',y',0)dx'dy'. \quad (1)$$

При этом влияние локальных приповерхностных источников (до глубины *H)* если и не устраняется совсем, то значительно ослабевает. Для того чтобы окончательно избавиться от влияния локальных источников, находящихся в горизонтальном слое от дневной поверхности до глубины *H*, пересчитанное вверх поле затем продолжается вниз на глубину *H*.

Для пересчета поля вниз на глубину $z=H$ и нахождения значений $\overline{U}(x, y, -H)$ решается уравнение Фредгольма первого рода

$$Ku \equiv$$

$$\equiv \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty}\frac{H}{\left[(x-x')^2+(y-y')^2+H^2\right]^{3/2}}u(x',y',0)dx'dy' =$$

$$= \overline{U}(x,y,H). \quad (2)$$

Уравнение 1-го рода (2) представляет собой некорректную задачу, поэтому необходимо при его решении использовать методы регуляризации. Оператор уравнения (2) является положительно определенным и самосопряженным, поэтому можно применять схему М. М. Лаврентьева.

После дискретизации на сетке уравнения (2) и аппроксимации интегрального оператора по квадратурным формулам, задача сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с симметричной матрицей *K*. Для решения СЛАУ используются итерационные методы градиентного типа. На последнем шаге поле пересчитывается вновь вверх на уровень дневной поверхности. Полученные аномалии можно рассматривать как поле от источников, расположенных ниже границы *H.* Далее, вычитаем это поле из наблюденного и получаем поле от слоя. Повторяя эту процедуру для различных значений высот и глубин, выделяем поля слоёв с соответствующими границами.

В работах (Мартышко и др., 2012; 2013) приведено описание математического аппарата и алгоритмов параллельных вычислений, использованных при создании компьютерной технологии и результатов применения этой технологии для изучения структурных особенностей гравитационного и магнитного полей литосферы северо-восточного сектора Европы и Уральского региона.

Разработанные параллельные алгоритмы были использованы для изучения структурных особенностей магнитных и гравитационных аномалий обширной территории северо-восточного сектора Европы в пределах трапеции $48–62^0$ в. д. и $60–68^0$ с. ш. В тектоническом отношении этот регион охватывает северо-восточную часть Восточно-Европейской платформы (ВЕП), Тимано-Печорскую плиту (ТПП) и прилегающий с востока северный сегмент Уральской складчатой системы. Амплитуды магнитных аномалий ΔT_a не превосходят 3000 нТл, поэтому можно применять методы, разработанные для гармонических функций. Для вычислений использованы цифровые модели магнитного и гравитационного полей, созданные на основе картографических данных.

Для выбора параметра регуляризации при пересчете вниз мы воспользовались результатами интерпретации гравитационных и магнитных аномалий, выполненными двумерным методом.

Исследования глубинного строения Уральского региона было проведено вдоль геотраверсов и профилей ГСЗ, часть из которых расположены в пределах рассматриваемой территории (рис. 1а) (Федорова, Колмогорова, 2013). В результате аппроксимации магнитного поля было получено распределение источников аномалий в слоях земной коры. Это позволило сопоставить аномалии от модельных источников с вычисленными трансформациями магнитного поля для набора значений параметра регуляризации и выбрать для дальнейших расчетов величину параметра регуляризации по наилучшему совпадению графиков полей.

Аномальное магнитное поле северо-восточного сектора Европы приведено на рис. 1а.

На рис. 1б приведена карта региональной составляющей, которая получена с по-

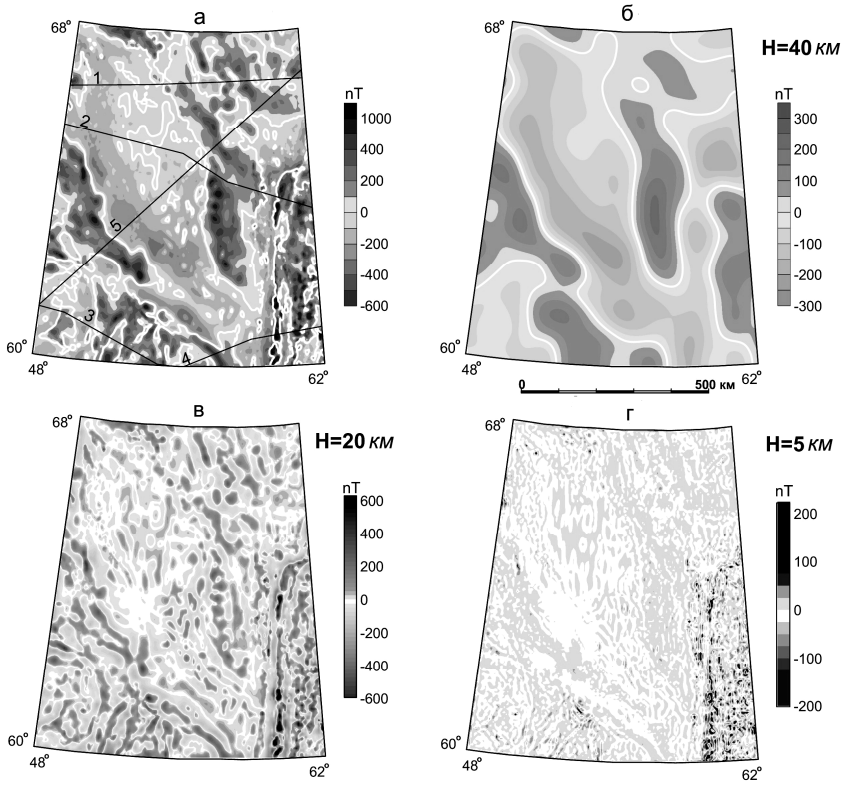

Рис. 1. Карты магнитного поля северо-восточного сектора Европы: аномального (а), длинноволновой составляющей (б) и локальных аномалий, рассчитанные для H=20 км (в) и H=5 км (г). Линиями показаны положения профилей ГСЗ (а)

мощью пересчетов поля вверх на высоту 40 км и затем вниз на нулевой уровень.

В геофизической практике на закрытых территориях локальные аномалии гравитационного и магнитного поля успешно используются для определения глубины залегания кристаллического фундамента. В результате анализа карт локальных аномалий выделяют разломы в земной коре и находят интрузии, содержащие магматические породы и др.

Вычисленные данные гравитационного и магнитного полей для H=5 км и H=20 км мы использовали для построения карт локальных аномалий верхней части литосферы северо-восточного сектора Европы. На карте (рис. 1в) показаны магнитные аномалии, источники которых расположены в верхнем слое земной коры до глубины 20 км. Наиболее коротковолновая часть аномального магнитного поля приведена на рис. 1г.

Эти карты построены в результате вычисления разности между исходным аномальным полем ΔT_a и трансформированными полями ΔT_{a20} и ΔT_{a5}, полученной с помощью пересчетов поля ΔT_a для высот H=20 км и H=5 км соответственно.

Восстановление поверхности слоя по магнитным данным

Для северных территорий России наклонение вектора индукции геомагнитного поля превышает 70º. Это позволяет в рамках допустимых погрешностей решать обратную задачу для вертикальной намагниченности слоев и использовать только вертикальную составляющую магнитного поля. Кроме того, значения намагниченности в слоях земной коры не превышают 6 А/м, поэтому эффект размагничивания внутри слоев будет небольшой и его можно не учитывать.

Вертикальная компонента напряженности магнитной индукции Z в точке (x, y) на поверхности земли от контактной поверхности, разделяющей слои с вертикальными намагниченностями I_1 и I_2 вычисляется по формуле:

$$Z(x,y)=\Delta I\int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty}\left(\frac{z(x,y)}{\left[(x-x')^2+(y-y')^2+z^2(x,y)\right]^{3/2}}-\right.$$
$$\left.-\frac{H}{\left[(x-x')^2+(y-y')^2+H^2\right]^{3/2}}\right)dxdy, \qquad (3)$$

где $z(x, y)$ – уравнение поверхности, разделяющей верхний и нижний слои; $\Delta I = I_2 - I_1$ – скачок намагниченности на границе слоев, H – горизонтальная асимптота.

Для решения этого уравнения и нахождения функции $z(x, y)$ были разработаны программы, основанные на модифицированном методе локальных поправок (Мартышко и др., 2010). Метод локальных поправок был предложен для приближенного решения нелинейных обратных задач гравиметрии (Пруткин, 1986) и основан на предположении о том, что на изменение значения поля в некоторой точке наибольшее влияние оказывает изменение ближайшей к данной точке части поверхности S, которая представляет собой границу между двумя слоями с различными физическими свойствами.

Разработан итерационный способ нахождения границы намагниченных слоев, определяемой уравнением $z=z(x, y)$.

На каждом шаге делается попытка уменьшить разность между заданными и приближенными значениями поля в данном узле лишь за счет изменения значения искомой функции в этом же узле. Дискретизация уравнения (3) приводит к следующей системе нелинейных уравнений:

$$c\sum_i \sum_j K_{i_0 j_0}(z_{ij}) = U_{i_0 j_0}, \qquad (4)$$

где c – весовой коэффициент кубатурной формулы; $U_{i_0 j_0} = \Delta Z(x_{i_0}, y_{j_0}, 0)$ – левая часть уравнения (3), $z_{ij} = z(x_i, y_j)$, $K_{i_0 j_0} = K(x_{i_0}, y_{j_0}, x_i, y_j, z_{ij})$ – подынтегральное выражение.

В результате получена итерационная формула для нахождения z_{ij}^{n+1}:

$$\left(z_{ij}^{n+1}\right)^2 = \frac{\left(z_{ij}^{n}\right)^2}{1 + \alpha\left(z_{ij}^{n}\right)^2 \cdot \left(U_{ij} - U_{ij}^{n}\right)},$$

где α параметр регуляризации, $\{z_{ij}^n\}$ – значения неизвестной функции $z(x, y)$, n – номер итерации.

Выбор параметра регуляризации α является отдельной интересной задачей. Для ее решения проводился ряд вычислительных экспериментов (для различных значений α), которые показали, что величина α влияет только на скорость сходимости метода, но получаемое решение от нее практически не зависит. Однако при достаточном большом параметре α (например, для асимптоты 10 км при $\alpha > 0{,}02$) метод расходится.

В работе (Федорова и др., 2013) разработанная компьютерная технология применена для вычисления поверхности нижнего намагниченного слоя земной коры Тимано-Печорского региона.

Моделирование распределения намагниченности в земной коре

Предложенная методика была использована для моделирования распределения намагниченности в земной коре северо-восточного сектора Европы. Вычисления проведены для прямоугольного участка площади с размерами 800x965 км.

При построении поверхностей раздела слоев были заданы следующие значения: первый слой практически немагнитный I_1=0,1 А/м; намагниченность второго слоя I_2=1 А/м, средняя глубина до верхней границы H_2=10 км; намагниченность третьего слоя I_2=3 А/м, средняя глубина до верхней границы H_3=20 км; намагниченность четвертого слоя I_2=0 А/м, глубина до асимптоты верхней границы H_3=40 км. Верхняя граница первого слоя и нижняя четвертого слоя – горизонтальные поверхности: H_1=0, H_5=50.

Результаты вычислений для трех повысотных трансформант магнитного поля приведены на рис. 2.

При численном решении обратной задачи также возникает отдельная задача выбора шага сетки исходного поля в зависимости от глубины асимптоты поверхности раздела. С увеличением глубины до поверхности нужно увеличивать шаг сетки.

Данный вопрос исследовался ранее (Мартышко, Пруткин, 2003). Для границы H_1=10 км шаг задания данных 8 км, для H_2=20 – 12,5 км и для H_3=40 – 20 км.

По рассчитанным поверхностям раздела слоев в программе Voxler построен «цифровой куб», и построены разрезы

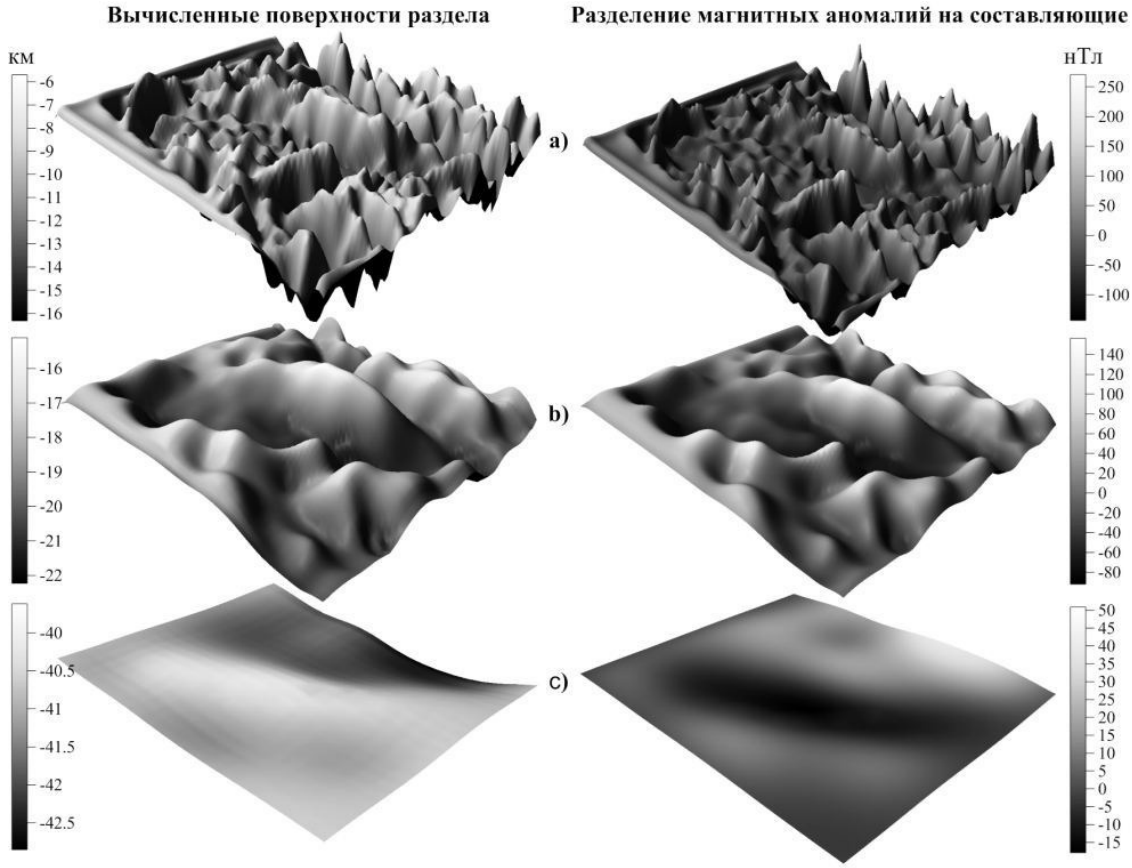

Рис. 2. Поверхности раздела слоев и составляющие магнитного поля северо-восточного сектора Европы, рассчитанные для трансформированных аномалий: H=10 км (a) и H=20 км (b) и длинноволновой составляющей H=40 км (c)

вдоль ряда профилей ГСЗ (рис. 3).

Предложенный метод нахождения поверхности раздела слоев не использует нелинейную минимизацию, что позволяет значительно сократить время вычислений. Алгоритм показал высокую скорость счета при относительной низкой (равной сотым долям процента) погрешности восстановления поля от границы.

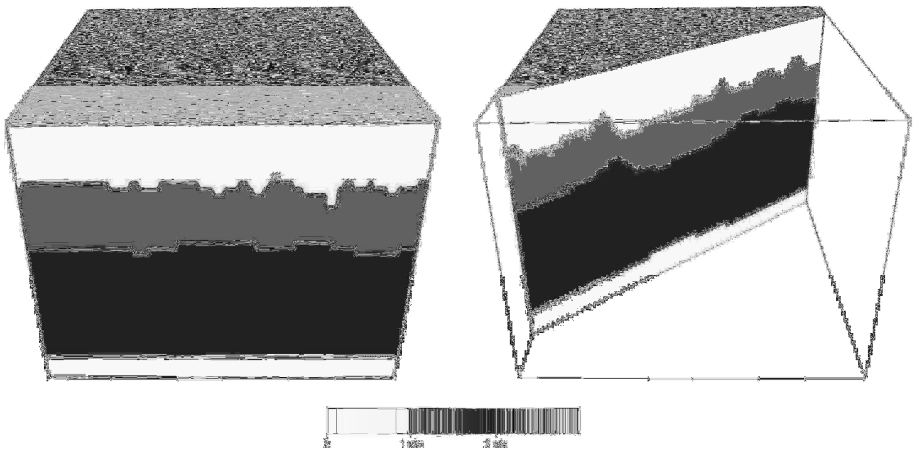

Рис. 3. Объемная модель распределения намагниченности в земной коре, справа показан разрез вдоль фрагмента сейсмического профиля 5 («Глобус»)

Заключение

Разработанный метод и созданная компьютерная технология могут успешно использоваться для нахождения поверхно-

стей намагниченных слоев земной коры крупных регионов.

В дальнейшем для решения обратной задачи магнитометрии для многослойных сред с кусочно-однородным распределением намагниченности предполагается использовать линеаризованные итерационные методы градиентного типа с весовыми множителями, которые пропорциональны величинам разделенных аномалий магнитного поля, принятых для модели нулевого приближения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Уральского отделения РАН. Алгоритмы и программы разработаны в рамках программы фундаментальных исследований Президиума РАН № 18 (проект 12-П-15-2019). Исследования для изучения глубинного строения Тимано-Печорского региона выполнены в рамках проекта 12-И-5-2067.

Литература

Мартышко П.С., Пруткин И.Л. Технология разделения источников гравитационного поля по глубине // Геофизический журнал. 2003. Т. 25. № 3. С. 30–34.

Мартышко П.С., Фёдорова Н.В, Гемайдинов Д.В. Применение параллельных алгоритмов вычислений при изучении структуры аномального магнитного поля Урала // ДАН. 2012. Т. 446. № 2. С. 201–203.

Мартышко П.С., Федорова Н.В., Гемайдинов Д.В. Новые алгоритмы для изучения структурных особенностей гравитационных и магнитных аномалий // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей: Материалы 40-й сессии Международного семинара им. Д.Г. Успенского. М.: ИФЗ РАН, 2013. С. 223–226.

Мартышко П.С., Рублев А.Л., Пьянков В.А. Применение метода локальных поправок для структурных задач магнитометрии // Геофизика. 2010. № 4. С. 3–8.

Пруткин И.Л. О решении трехмерной обратной задачи гравиметрии в классе контактных поверхностей методом локальных поправок // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1986. № 1. С. 67–77.

Федорова Н.В., Колмогорова В.В. Модели распределения намагниченности и скорости продольных волн в земной коре Тимано-Печорского и Северо-Уральского регионов // Литосфера. 2013. № 5. С. 160–169.

Федорова Н.В., Колмогорова В.В., Рублев А.Г. Магнитная модель северо-восточной части Европы // Геофизические исследования. 2013. Т. 14. № 2. С. 25–37.