УДК 550.8.053

О РЕШЕНИИ ЛИНЕЙНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ГРАВИМЕТРИИ ДЛЯ 2D СЛОИСТОЙ МОДЕЛИ С ИНТЕРАКТИВНЫМ УЧЕТОМ АПРИОРНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Кошелева Н.В. – Институт геофизики УрО РАН, г. Екатеринбург

Аннотация. В данной работе приведен алгоритм устойчивого решения двумерной линейной обратной задачи гравиметрии, в котором возможно учитывать разнородную априорную информацию. Особенности алгоритма продемонстрированы на показательных модельных примерах, с его помощью обработан профиль «Агат».

Линейная двумерная обратная задача гравиметрии, параметризация слоисто-блоковой среды, корреляционная зависимость скорость-плотность.

SOLUTION OF THE LINEAR INVERSE PROBLEM OF GRAVIMETRY FOR 2D LAYERED MODEL WITH INTERACTIVE PRIORI INFORMATION

Kosheleva N.V. – Institute of Geophysics UB of RAS, Yekaterinburg

Abstract. In this paper an algorithm for a sustainable solution to the two-dimensional linear inverse problem of gravimetry which may take into account the diverse prior information was presented. Features of the algorithm are demonstrated on a illustrative model examples, profile «Agat» was handled by this algorithm.

Linear two-dimensional inverse problem of gravimetry, parameterization of layered-block environment, «velocity density» correlation.

Введение

Количественная интерпретация аномалий гравитационного поля основывается на решении обратных задач гравиметрии – нахождение параметров плотности среды по измеренным данным. Для более достоверного определения плотностного строения земной коры совместно используются данные гравиметрии и сейсмометрии.

Решение двумерной задачи гравиметрии является начальным этапом для построения плотностной трехмерной модели земной коры. Обратные задачи сейсмоплотностного моделирования относятся к классу некорректно поставленных неустойчивых задач (Мартышко и др., 2012). Поэтому представляется важным вопрос об устойчивом решении двумерной обратной задачи гравиметрии. Использование скоростных разрезов позволяет построить плотностные модели начального приближения. Поиск небольших отклонений от модели начального приближения позволяет существенно увеличить устойчивость решения обратной задачи. Уточнение распределения плотности в пределах заданного каркаса модели нулевого приближения приводит к постановке линейной обратной задачи. Цель настоящих исследований заключалась в разработке итерационного алгоритма решения линейной обратной задачи с возможностью учета априорной информации. На модельных примерах продемонстрированы особенности, которые необходимо учитывать при решении прямой и обратной задачи.

Существуют целые классы эквивалентных объектов, которые при разных физических параметрах порождают одинаковое внешнее поле. Теория эквивалентности решения обратной задачи потенциала развита в работах (Страхов, 1972; 1973; Цирульский, 1990; Цирульский, Бахтерев, 1991; Оганесян, Старостенко, 1985) и др. Учет априорной информации в виде ограничений на распределение плотности в заданном интервале глубин позволяет существенно сузить класс эквивалентности искомых решений.

На практике могут возникать особенности, которые должны быть учтены при решении обратных задач:

1) гравиметрические измерения проводятся дискретно, причем регулярность сети съемки нередко нарушается из-за природных условий;

2) область проведения съемок всегда конечна, причем региональные аномалии наблюденного поля редко оканчиваются выходом в нормальное поле, т. е. остаются не выявленными явно;

3) переход от скоростного разреза, полученного в результате сейсмических исследований, к плотностному возможен благодаря связи между скоростью продольных волн и плотностью пород. Но эта связь определена не на всех участках и не везде однозначна, что затрудняет построение начальной плотностной модели.

Необходимо, чтобы получаемое решение:

1) удовлетворяло имеющейся априорной информации о строении изучаемой среды и аномальном поле, к которой относятся: а) интервалы, в которых может находиться каждая из неизвестных плотностей; б) границы аномалеобразующих тел и ограничения на их изменение;

2) было оптимальным по некоторым заданным критериям: а) достижение определенной невязки между наблюденным и модельным полями; б) минимальность отклонения подобранной модели от априорно заданной начальной модели;

3) было геологически содержательным и унаследовало структуру исходной скоростной модели.

В данной работе рассматривается задача в следующей постановке.

Задано: 1) гравитационные измерения Δg с некоторым шагом на профиле; 2) геометрия разреза, представленного слоисто-блочной моделью; 3) начальные значения плотностей слоев и блоков; 4) ограничения, накладываемые на значения плотности.

Необходимо определить набор плотностей слоев и блоков в рамках накладываемых ограничений, который обеспечивает близость измеренного и модельного полей.

Предлагаемый метод решения заключается в реализации следующих шагов:

1) параметризация слоисто-блоковой модели;

2) применение алгоритма послойного подбора плотностей.

На начальном этапе методом минимизации подбирается плотность только для одного слоя модели. На каждом последующем шаге количество слоев, участвующих в минимизации, увеличивается на единицу.

Такой подход позволяет интерактивно определять:

1) гравиактивный слой, формирующий кривую гравитационного поля;

2) слой, поле которого существенно увеличивает норму разности измеренного и модельного полей. Такая ситуация возможна, когда нулевое приближение границ слоя задано с погрешностью, либо слой на самом деле существенно неоднороден. В этом случае требуется либо уточнение границ слоя, либо разбиение однородного слоя на несколько блоков с разными плотностями, например, на основе гипотезы об изостатической компенсации на некоторой глубине.

Параметризация слоистой среды

В данной статье применяется параметризация, предложенная в работах (Страхов, 1974; Мартышко и др., 2010) с некоторыми модификациями.

Основное используемое предположение – слоисто-блоковое строение земной коры с постоянной плотностью в пределах одного слоя. Для сопоставления с аномалиями наблюденного поля Δg в расчеты вводят отклонения истинной плотности σ_k от некоторого фонового значения σ_F, так называемую плотность вмещающей среды. В общем случае, вводимый параметр является произвольно задаваемым.

Слоистая среда изначально задается в виде набора $\{y_k(x)\}_{k=1}^{M}$ границ вектора плотностей $\{\sigma_k - \sigma_F(x)\}_{k=1}^{M}$.

Слой – область с плотностью $(\sigma_k - \sigma_F)$ выше заданной границы $y_k(x)$ до предыдущей границы $y_{k-1}(x)$ (рис. 1). По умолчанию принимается, что нулевая граница разреза – это дневная поверхность $y_0(x) = 0$. Говоря о границе k-го слоя, имеем ввиду границу $y_k(x)$.

Переход от представления многослойной модели с плотностями тел $\sigma_k - \sigma_F$ (см. рис. 1) к представлению модели среды

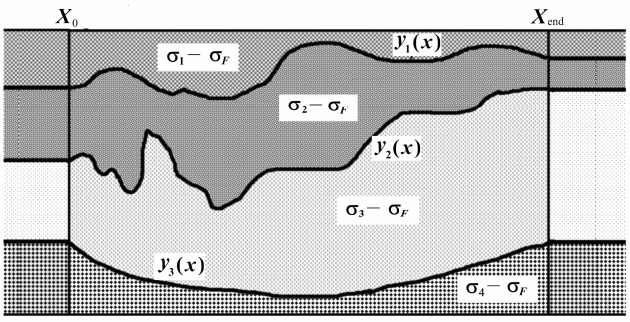

Рис. 1. Представление 1. Слоистая среда. $y_k\ (x)$ – граница k-го слоя, $(\sigma_k - \sigma_F)$ – плотность слоя. X_0 – начало профиля, X_{end} – конец профиля. Левее X_0 и правее X_{end} находятся продолжения слоев за пределы профиля

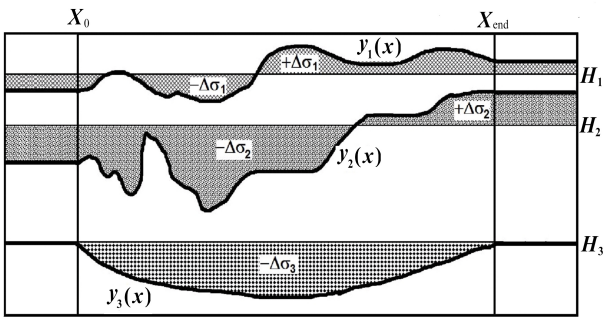

Рис. 2. Представление 2. $y_k\ (x)$ – граница k-го слоя, $\Delta\sigma_k = (\sigma_{k+1} - \sigma_k)$ – плотность k-го аномального тела, H_k – горизонтальный уровень для k-той границы

в виде аномальных тел с относительными плотностями $\{\Delta\sigma_k = (\sigma_{k+1} - \sigma_k)\}_{k=1}^{M}$ осуществляется следующим образом (рис. 2). Последовательно для всех границ $y_k(x)$, k = 1...M проводится горизонтальная линия H_k. Затем для полученных аномальных тел определяется плотность: если граница слоя $y_k(x)$ находится выше уровня H_k, то области, заключенной между $y_k(x)$ и H_k, сопоставляется плотность $(+\Delta\sigma_k)$, если граница $y_k(x)$ ниже H_k, то область берется с плотностью $(-\Delta\sigma_k)$. Вводится новое обозначение $\sigma_{M+1} = \Delta\sigma_F$ для сохранения единого вида формул.

В общем случае, значение горизонтальной границы H_k может задаваться произвольно, но для минимизации краевых эффектов предлагается выбрать H_k равным среднему значению y-координат для двух крайних точек границы k-го слоя в пределах выделенного профиля. Дополнительно предлагается для тел, имеющих значения $y_k(x)$ равные нулю, задавать $H = 0$ для удобства вычислений и представления поля. Оба представления эквивалентны по создаваемому полю с точностью до константы.

Алгоритм решения двумерной линейной обратной задачи

Формулы для вычисления гравитационного поля (Мартышко и др., 2010).

Модель 1:

$$\Delta g = \sum_{k=1}^{M} \Delta g_k = \sum_{k=1}^{M} (\sigma_k - \sigma_F) S(y_k, y_{k-1}) \ , \quad (1)$$

где $S(y_k, y_{k-1})$ – аномальное поле k-го криволинейного пласта с единичной плотностью; структурный интеграл

$$S(y_k, y_{k-1}) = \frac{-2G}{\pi} \iint_{D_k} \frac{y - \eta}{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2} d\xi d\eta,$$

где D_k – слой под номером «k», заключенный между границами $y_k(x)$ и $y_{k-1}(x)$.

Модель 2:

$$\Delta g = \sum_{k=1}^{M} \Delta\sigma_k S(H_k, y_k) \ . \quad (2)$$

Поля, вычисленные по представлениям 1 и 2, совпадают с точностью до константы

$$2\pi G \sum_{k=1}^{M} (\sigma_k - \sigma_F)(H_k - H_{k-1}).$$

Для устойчивого подбора наблюденного поля в рамках представления 2 необходимо, помимо $\Delta\sigma_k$, также подбирать постоянный уровень модельного поля (V_{CONST}). Поставим задачу минимизации. К матрице A, у которой k-тый столбец соответствует полю слоя под номером «k» с плотностью, равной «1», справа приписывается единичный столбец. Новый столбец отвечает за оптимальный подбор среднего значения поля.

Начальное уравнение

$$A\Delta\sigma + V_{CONST} = \Delta g_{ИЗМ}, \quad (3a)$$

$$A_{jk} = S(H_k, y_k(x_j)), \quad (4)$$

где A – матрица $[n \times M]$; $\Delta\sigma$ – искомый вектор относительных плотностей размерности $[M \times 1]$; V_{CONST} – постоянный вектор $[n \times 1]$, подбираемое значение для выравни-

вания средних значений модельного и измеренного полей; $\Delta g_{\text{ИЗМ}}$ – вектор $[n\times 1]$ значения измеренного поля, $\{x_j\}_{j=1}^{n}$, – набор точек, в которых измерено поле.

Преобразуем уравнение (3а):

$$A_{\text{РАСШ}}\Delta\sigma_{\text{РАСШ}} = \Delta g_{\text{ИЗМ}}, \qquad (3б)$$

где $A_{\text{РАСШ}} = \begin{bmatrix} 1 \\ A\vdots \\ 1 \end{bmatrix}$ – расширенная матрица A порядка $[n\times(M+1)]$; $\Delta\sigma_{\text{РАСШ}} = \begin{bmatrix} \Delta\sigma \\ g_sred \end{bmatrix}$ – расширенный вектор искомых значений порядка $[(M+1)\times 1]$.

Соответственно, задача минимизации приводится к виду:

$$\min_Q \left\| A_{\text{РАСШ}}\Delta\sigma_{\text{РАСШ}} - \Delta g_{\text{ИЗМ}} \right\|^2 , \qquad (5)$$

где Q – множество ограничений.

Как правило, для нормального плотностного распределения все $\Delta\sigma_k \geq 0$. На практике может наблюдаться инверсия плотностей. Поэтому в практических задачах используются двусторонние ограничения – для каждого $\Delta\sigma_k$ задаётся множество возможных значений $\sigma_{(k)left} \leq \Delta\sigma_k \leq \sigma_{(k)right}$. Для последней переменной *g_sred* ограничений нет. Такая задача решается методом отражения Ньютона с ограничениями на значения переменных (Coleman, 1996).

Предлагаемый алгоритм обладает следующими преимуществами:

1) В едином алгоритме подбираются все скачки плотности $\{\Delta\sigma_k\}_{k=1}^{M}$, а также неизвестные значения $\Delta\sigma_F = \sigma_{M+1}$ и V_{CONST} – среднее значение модельного поля.

2) Можно проследить гравиактивный слой модели: область, добавление к которой оставшейся части модели (слоев и блоков) уже не вносит значительные изменения в модельное поле.

3) Можно указать слой, поле которого вносит существенные искажения в суммарное поле. В дальнейшем есть возможность внести поправки в параметры данного слоя.

4) Благодаря предложенному выбору H_k минимизируются краевые эффекты.

5) Влияние горизонтального нижнего плотностного контакта $y_M = H_M$ равно 0, поэтому изначальный выбор параметра σ_F становится не важным.

6) Особенностью реализации является возможность подбора не всех слоев сразу, а лишь произвольной интересующей части модели между некоторыми границами.

Формулы для вычисления гравитационного поля произвольного многоугольника

Гравитационный потенциал двумерного источника с постоянной плотностью можно записать как вещественную функцию комплексного переменного z (Цирульский, 1990):

$$V(z) = -2G\sigma\iint_D \ln|\zeta - z|d\xi d\eta , \qquad (6)$$

где $\zeta = \xi + i\eta$ – точка замкнутой области D.

Вместо функции потенциала рассматривается функция комплексной напряженности гравитационного поля, введенная А.А. Заморевым и получившая широкое применение в работах А.В. Цирульского (Цирульский 1963; 1990):

$$u(z) = -\frac{2}{\pi}\frac{\partial V}{\partial z} = \frac{1}{\pi}\left(-V_x' + iV_y'\right) . \qquad (7)$$

Эта функция $u(z)$ содержит в себе всю информацию о логарифмическом потенциале, поэтому исследуется вместо него.

Подставляя выражение для логарифмического потенциала и используя формулу Римана-Грина, получаем, что функцию $u(z)$ можно записать в виде:

$$u(z) = -\frac{2G\sigma}{2\pi i}\int_L \ln(z-\zeta)d\overline{\zeta}, \quad \left(z \in C\overline{D}\right). \qquad (8)$$

Для вычисления вторых производных логарифмического потенциала используется производная $u'(z)$:

$$u'(z) = \frac{1}{\pi}\left(-V_{xx}'' + iV_{xx}''\right) = -\frac{2G\sigma}{2\pi i}\int_L \frac{d\overline{\zeta}}{z-\zeta} , \qquad (9)$$

где V''_{xx}, V''_{yx} – производные составляющих гравитационного поля вдоль направления профиля.

Если контур L представляет собой многоугольник с комплексными вершинами $\{\zeta_l\}_{l=1}^N$, тогда интегралы (8) и (9) можно сосчитать явно, а функция $u(z)$ может быть представлена в виде (Цирульский 1963):

$$u(z) = -\frac{2G\sigma}{2\pi i}\sum_{l=1}^{N}\frac{\overline{\zeta_{l+1}}-\overline{\zeta_l}}{\zeta_l-\zeta_{l+1}}[(z-\zeta_{l+1})\times \quad (10)$$
$$\times \ln(z-\zeta_{l+1})-(z-\zeta_l)\ln(z-\zeta_l)],$$

$$u'(z) = -\frac{2G\sigma}{2\pi i}\sum_{l=1}^{N}\frac{\overline{\zeta_{l+1}}-\overline{\zeta_l}}{\zeta_l-\zeta_{l+1}}\left[\ln\left(\frac{z-\zeta_{l+1}}{z-\zeta_l}\right)\right]. \quad (11)$$

Из вычисленного таким образом комплексного потенциала $u(z)$ и его производной $u'(z)$ (10, 11) следует удобное формульное выражение для вертикальной составляющей гравитационного поля и ее производной вдоль профиля:

$$V_y' = \mathrm{Im}(u(z)) = g, \quad V_{yx}'' = \mathrm{Im}(u'(z)) = g_x'. \quad 12)$$

Таким образом, можно простым способом вычислять интеграл по области, заданной в виде произвольного многоугольника с единичной плотностью.

Модельные примеры

На практике, прежде чем перейти к решению обратной плотностной задачи гравиметрии, необходимо построить модель начального приближения. При этом следует выбрать продолжения аномалеобразующих масс за края модельного разреза и нижнюю границу. Естественным продолжением профиля за его пределы является граничное значение плотности.

Таким образом, появляется зависимость модельного поля от длины профиля. Значения фоновой плотности и форма нижней границы также могут значительно изменять форму модельного гравитационного поля. Приведенная параметризация позволяет уменьшить влияние на поле эффектов, возникающих ввиду указанных выше причин.

Методические аспекты указанных проблем демонстрируются на тестовых примерах. Проведен сравнительный анализ двух подходов к вычислению поля для представлений 1 и 2.

Пример 1. Влияние ограниченности длины профиля

Модельный профиль расположен вдоль оси x от 0 до L (L = 100 км или L = 110 км). За значение y = 0 принимается раздел земля-воздух. Ось y направлена вверх, поэтому значения глубин границ отрицательны.

Рассматривается двухслойный разрез. Первый слой представляет собой локальное прямоугольное тело мощностью 10 км, которое расположено по оси x от 30 до 102 км, по оси y от дневной поверхности $y_0(x) = 0$ до $y_1(x) = \{-10, x \in [30,102];\ 0, x \notin [30,102]\}$.

Второй слой ограничен сверху кривой $y_1(x)$, снизу – горизонтальной прямой $y_2(x) = -20$.

Значения плотностей слоев:

$\sigma_1 = 2{,}4$ (г/см^3), $\sigma_2 = 2{,}9$ (г/см^3).

Покажем, каким образом может изменяться гравитационное поле в зависимости от длины изучаемого профиля.

На рис. 3 указаны два профиля (длиной 100 и 110 км) и соответствующие им поля. На коротком профиле обрезается локальное тело.

Можно отметить, что при использовании для расчетов поля представления 1 (см. рис. 3, слева), наблюдается заметное расхождение двух полей (значение невязки равно 41,8 мГал). Это связано с различным продолжением масс за пределы профиля: для профиля длиной 110 км строится продолжение для слоя плотности 2,9 г/см^3, а для короткого профиля – для слоя с плотностью 2,4 г/см^3.

Для параметризованного представления 2 (см. рис. 3, справа) оба поля практически совпадают (значение невязки равно 7,8 мГал), поскольку локальные тела, порождающие поле, очень близки. То есть при незначительном отклонении в геометрии локальных тел, когда за пределами профиля остаются сравнительно меньшие массы аномальных тел, поле изменяется также незначительно.

Таким образом, решение в области боковых границ профилей будет более устойчивым.

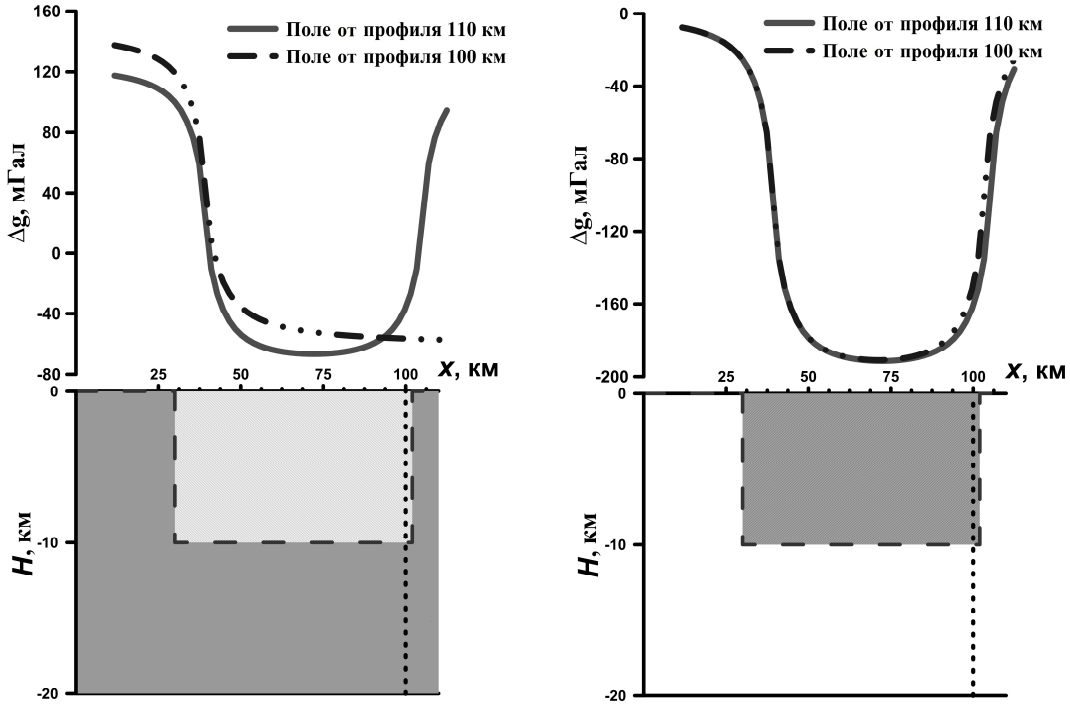

Рис. 3. Пример 1. Протяженность профилей L = 100 км и L = 110 км с соответствующими полями.
Слева: расчет поля по представлению 1, слоистая среда.
Справа: расчет поля при использовании параметризации, аномальные тела

Пример 2. Влияние выбора глубины профиля и значения σ_F. *Криволинейная нижняя граница*

Рассматривается двухслойный разрез длиной L = 110 км. Первый слой – локальное прямоугольное тело мощностью 10 км, расположенное по оси x от 30 до 102 км, по оси y от дневной поверхности $y_0(x) = 0$ до $y_1(x) = \{-10, x \in [30,102]; 0, x \notin [30,102]\}$. Второй слой с наклонной нижней границей, ограничен сверху кривой $y_1(x)$, снизу прямой $y_2(x) = -1/11x - 15$.

Значения плотностей слоев:

$$\sigma_1 = 2{,}4 \text{ (г/см}^3\text{)}; \ \sigma_2 = 2{,}9 \text{ (г/см}^3\text{)}.$$

Данный пример показывает, как может изменяться модельное поле в зависимости от выбора значения параметра фоновой плотности σ_F, а также важность определения начального положения последней наклонной границы.

На рис. 4 приведены результаты вычислений гравитационного поля моделей. В обоих случаях наклон поля меняется в зависимости от выбранного параметра σ_F. При значении $\sigma_F = \sigma_M$ случай с криволинейной нижней границей совпадает со случаем с горизонтальной нижней границей.

При использовании параметризации (модель 2, см. рис. 4 справа) становится явной причина различного наклона поля. В зависимости от величины σ_F изменения происходят только для последней наклонной границы, а именно перемена знаков скачков плотности участвующих аномальных масс. Если $\sigma_F > \sigma_M$, тогда $\Delta\sigma_M = \sigma_{M+1} - \sigma_M = \sigma_F - \sigma_M$ имеет знак «+», и над H_M находятся положительные аномальные массы, а под H_M – отрицательные.

Если же $\sigma_F < \sigma_M$, то ситуация меняется в противоположную сторону: над H_M находятся уже отрицательные аномальные массы, а под – положительные, что создает другой наклон суммарного поля.

Выбор плотности относимости определяет морфологию поля. Невязка между полями модели 1 при разных значениях фоновой плотности (σ_F = 2,5 (г/см^3) и σ_F = 3,3 (г/см^3)) составляет 80 мГал, а для модели 2 – равна 40 мГал.

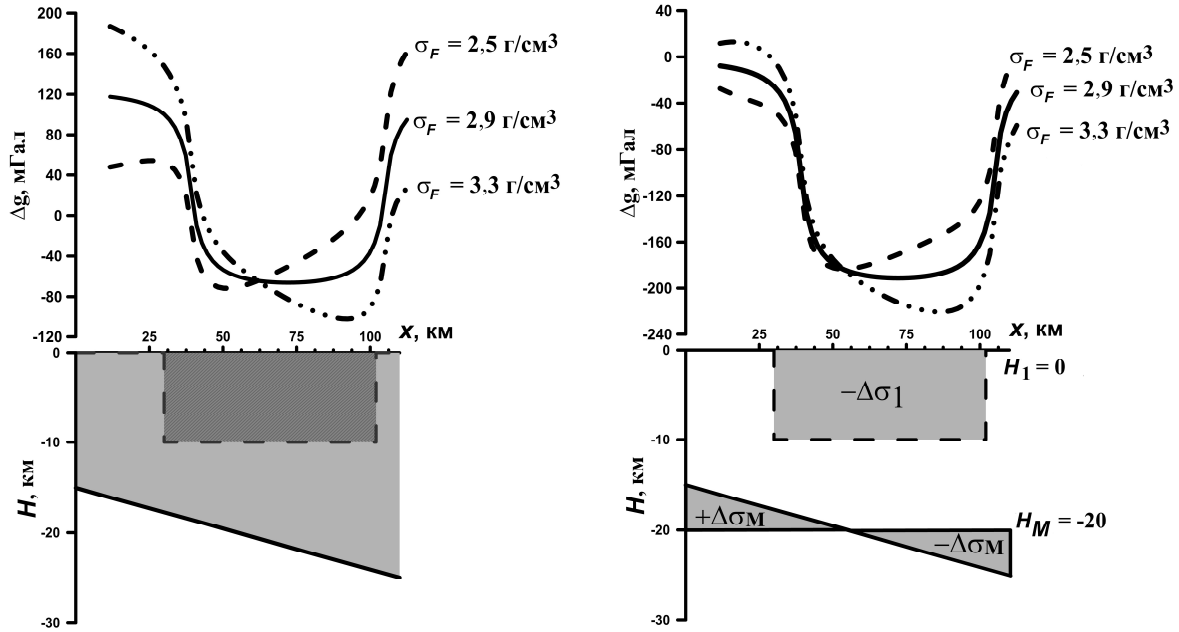

Рис. 4. Различие полей при разных значениях фоновой плотности.

Практический пример

Практические расчеты проведены на примере профиля «Агат». Сейсмический разрез земной коры (Костюченко, Романюк, 1997) построен под руководством А.В. Егоркина в виде слоисто-блоковой модели. По данному разрезу В.В. Колмогоровой (ИГФ УрО РАН) построены изолинии скоростей продольных волн в земной коре.

Модель профиля. Задано одиннадцать скоростных криволинейных границ протяженностью от 0 до 1030 км. Измерения поля проведены на интервале от 350 до 940 км с шагом 10 км. Обратная задача решается на интервале задания поля.

В качестве исходных плотностей принимаются значения, определенные из корреляционной связи «скорость-плотность» для Уральского региона (Мартышко и др., 2012). В табл. 1 отражены начальные значения для плотностей и соответствующие

Таблица 1. Начальные данные и ограничения

Номер слоя модели профиля	Начальное значение плотности в слое, г/см^3	Начальное значение Δσ, г/см^3	Ограничения слева для Δσ, г/см^3	Ограничения справа для Δσ, г/см^3
1	2,5	-0,06	-0,07	-0,05
2	2,44	0,07	0,06	0,08
3	2,51	0,15	0,14	0,16
4	2,66	0,12	0,07	0,17
5	2,78	0,04	-0,01	0,09
6	2,82	0,05	0	0,1
7	2,87	0,03	-0,02	0,08
8	2,9	0,03	-0,02	0,08
9	2,93	0,05	-0,05	0,15
10	2,98	0,05	-0,05	0,15
11	3,03	0,3	0,2	0,4
12 (однородная мантия под границей Мохо)	3,3			

ограничения для каждого скачка плотности $\Delta\sigma_k$.

На каждом шаге к аномальной области прибавляется слой и решается линейная обратная задача (5) для построенного разреза и измеренного поля. Такой подход позволяет на каждом шаге при изменении разреза уточнять уже полученные плотности, а также прослеживать гравиактивный слой, формирующий кривую гравитационного поля, и слои, которые вносят вклады, далекие по значению от измеренного поля.

В табл. 2 приведены полученные решения – вектора абсолютных значений плотностей на каждой итерации и соответствующая разность измеренного и теоретического полей.

Анализ последовательных приближений показывает, что в разрезе можно выделить три части: верхнюю – гравиактивный слой (первые пять слоев профиля «Агат», рис. 5а), определяющий форму кривой аномального поля; среднюю – кора с плотностями, близкими к средневзвешенной плотности (суммарное поле при добавлении слоев 6–10 профиля «Агат» меняется незначительно, рис. 5б); нижнюю часть с характерной плотностью мантии для Уральского региона (одиннадцатая граница профиля «Агат»). Явно выделяется последняя граница – разность между измеренным полем и полем модели увеличилась на последнем шаге (рис. 5в). Наблюдаемый эффект позволяет предположить, что или а) нижняя граница изначально задана неверно, или б) нижняя граница не является изоплотностной линией, т. е. требуется либо а) ее уточнение – по разностному полю решить обратную нелинейную задачу для одной границы, либо б) осуществить подбор плотностных неоднородностей ниже этой границы.

Относительно неплохая согласованность подобранного поля на востоке профиля подтверждает зависимость скорость-плотность, которая была взята за основу. Значительное расхождение полей на западе позволяет предположить, что в западной части профиля должна использоваться другая зависимость «скорость-плотность».

Таблица 2. Вектора решений и соответствующие невязки для каждой итерации решения обратной гравиметрической задачи для профиля «Агат»

Шаг алгоритма	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Начальные плотности
Подобранный вектор решений, абсолютные значения плотностей, г/см^3	2,50	2,50	2,50	2,50	2,50	2,50	2,50	2,50	2,50	2,50	2,50	2,50
	2,45	2,45	2,45	2,44	2,45	2,45	2,45	2,45	2,45	2,45	2,45	2,44
		2,51	2,51	2,50	2,51	2,51	2,51	2,51	2,51	2,51	2,51	2,51
			2,67	2,66	2,67	2,67	2,67	2,67	2,67	2,67	2,67	2,66
				2,83	2,84	2,84	2,84	2,84	2,84	2,84	2,84	2,78
					2,89	2,89	2,87	2,88	2,92	2,88	2,85	2,82
						2,89	2,88	2,89	2,94	2,90	2,90	2,87
							2,86	2,87	2,92	2,88	2,88	2,90
								2,87	2,92	2,88	2,89	2,93
									2,96	2,91	2,99	2,98
										2,87	3,06	3,03
											3,23	3,33
Невязка	119,425	120,234	109,631	85,7232	80,6068	80,5998	77,348	77,2496	76,7966	76,6197	95,9872	304,768

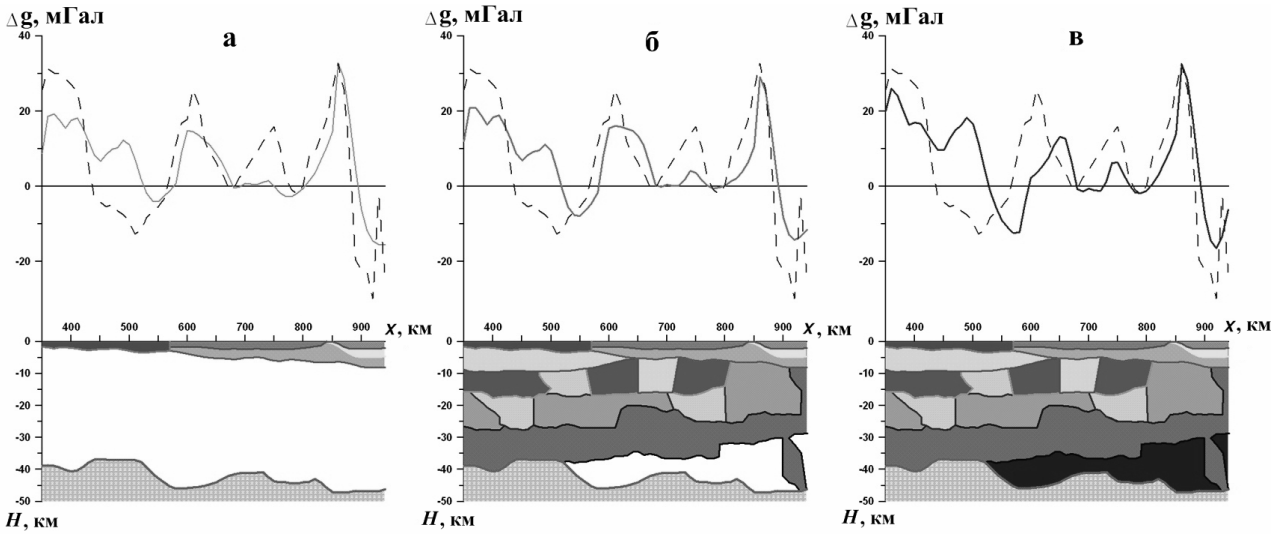

Рис. 5. Измеренное поле (пунктир) и поле от 5 слоев (а), поле от 10 слоев (б), поле от 11 слоев (в)

Этот вывод согласуется с предыдущими исследованиями данной области (Костюченко, Романюк, 1997). При этом, использование таких инструментов, как: 1) параметризация избыточной плотности для модели слоистых сред, 2) вычисление гравитационного эффекта для модели плотностных контактов, 3) послойного интерактивного подбора, существенно повысило устойчивость решения обратной задачи и позволило сохранить геологическую содержательность модели.

Заключение

В работе приведен алгоритм устойчивого решения двумерной линейной обратной задачи гравиметрии, в котором учтены некоторые особенности, возникающие на практике:

1) влияние ограниченности профиля по длине и по глубине;

2) возможный учет разнородной априорной информации;

3) единый алгоритм подбора скачков плотностей слоев модели, а также неопределенных параметров σ_F – фоновой плотности и V_{CONST} – среднего значения модельного поля.

Для удобства проведения разностороннего анализа и исследования изучаемой территории предусмотрены возможности:

1) выделения гравиактивного слоя;

2) определения слоев, параметры которых могут быть существенно изменены;

3) определения плотностей конкретной произвольной части модели.

Таким образом, при помощи параметризации модели слоистых сред, вычисления гравитационного эффекта модели плотностных контактов, послойного интерактивного подбора удалось повысить устойчивость решения обратной задачи в классе слоистых сред и унаследовать геологическую содержательность плотностной модели начального приближения, построенную по сейсмологическим данным.

Автор выражает благодарность своему научному руководителю Мартышко Петру Сергеевичу за постановку задачи, постоянное участие и интерес к работе.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ (№ 14-05-31083)

Литература

Костюченко С.Л., Романюк Т.В. О природе Мезенского гравитационного максимума // Физика земли. 1997. № 12. С. 3–22.

Мартышко П.С., Ладовский И.В., Цидаев А.Г. Построение региональных геофизических моделей на основе комплексной интерпретации гравитационных и сейсмических данных // Физика Земли. 2010. № 11. С. 23–35.

Мартышко П.С., Ладовский И.В., Колмогорова В.В., Цидаев А.Г., Бызов Д.Д. Применение сеточных функций в задачах трехмерного плотностного моделирования //

Уральский геофизический вестник. № 1. (19). 2012. С. 30–34.

Оганесян С.М., Старостенко В.И. Тела нулевого внешнего гравитационного потенциала: о забытых работах и современном состоянии теории // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1985. № 3. С. 49–63.

Страхов В.Н. К вопросу о единственности решения плоской обратной задачи теории потенциала // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1972. № 2. С. 38–49.

Страхов В.Н. Некоторые примеры эквивалентности и слабой единственности в плоской обратной задаче потенциала // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1973. № 5. С. 39–62.

Страхов В.Н. Об обратной задаче логарифмического потенциала для контактной поверхности // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1974. № 2. С. 43–65.

Цирульский А.В. Функции комплексного переменного в теории и методах потенциальных геофизических полей. Свердловск, 1990. 132 с.

Цирульский А.В. О некоторых свойствах комплексного логарифмического потенциала однородной области // Изв. АН СССР. Серия геофизическая. 1963. № 7. С. 1072–1075.

Цирульский А.В., Бахтерев Д.В. К вопросу об эквивалентности для областей с кусочно-аналитической границей и переменной плотностью // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1991. № 1. С. 113–118.

Coleman T.F., Li Y. A Reflective Newton Method for Minimizing a Quadratic Function Subject to Bounds on Some of the Variables // SIAM Journal on Optimization. 1996. V. 6. No 4. P. 1040–1058.